

---

С. И. Синеговский, ИГУ

# Астрофизика высоких энергий - 2018

Лекции 1-7

---

# Астрономические каталоги

- Каталог Мессье (например, М31)
- С - 3 каталога Кавендишской обсерватории.  
Например: 3С273- самый яркий квазар, 600 Мпк ( $z=0.15$ ,  $13^m$ ); 3С184 ( $z=1$ , 8 млрд. св. лет).
- GC - Общий каталог Гершеля (1864), 5079 объектов.
- NGC - Новый общий каталог (Дрейер, 1888), 7840 объектов
- IC I, IC II - два дополнения к NGC: 1529 объектов (1895 г.) и 3854 (1908 г.)
- 3 больших современных каталога галактических скоплений  
Абеля, Цвикки, Шактмана.



**Спиральная галактика NGC1365 - вид сверху**  
**(наша Галактика имеет почти такую же структуру)**



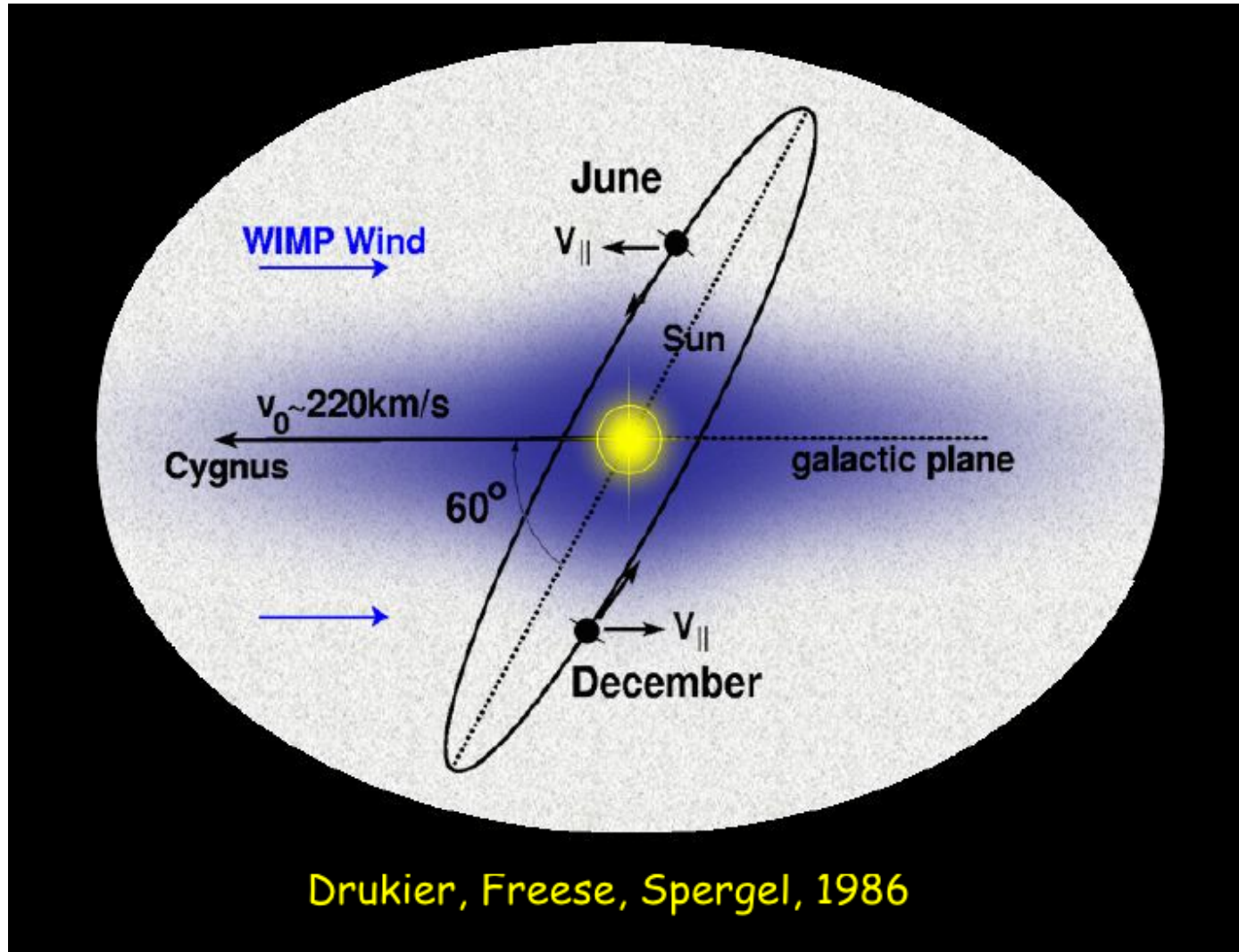
**Спиральная галактика NGC891, вид сбоку**  
(Галактика имеет похожую структуру)



## **M 31 (Andromeda)**

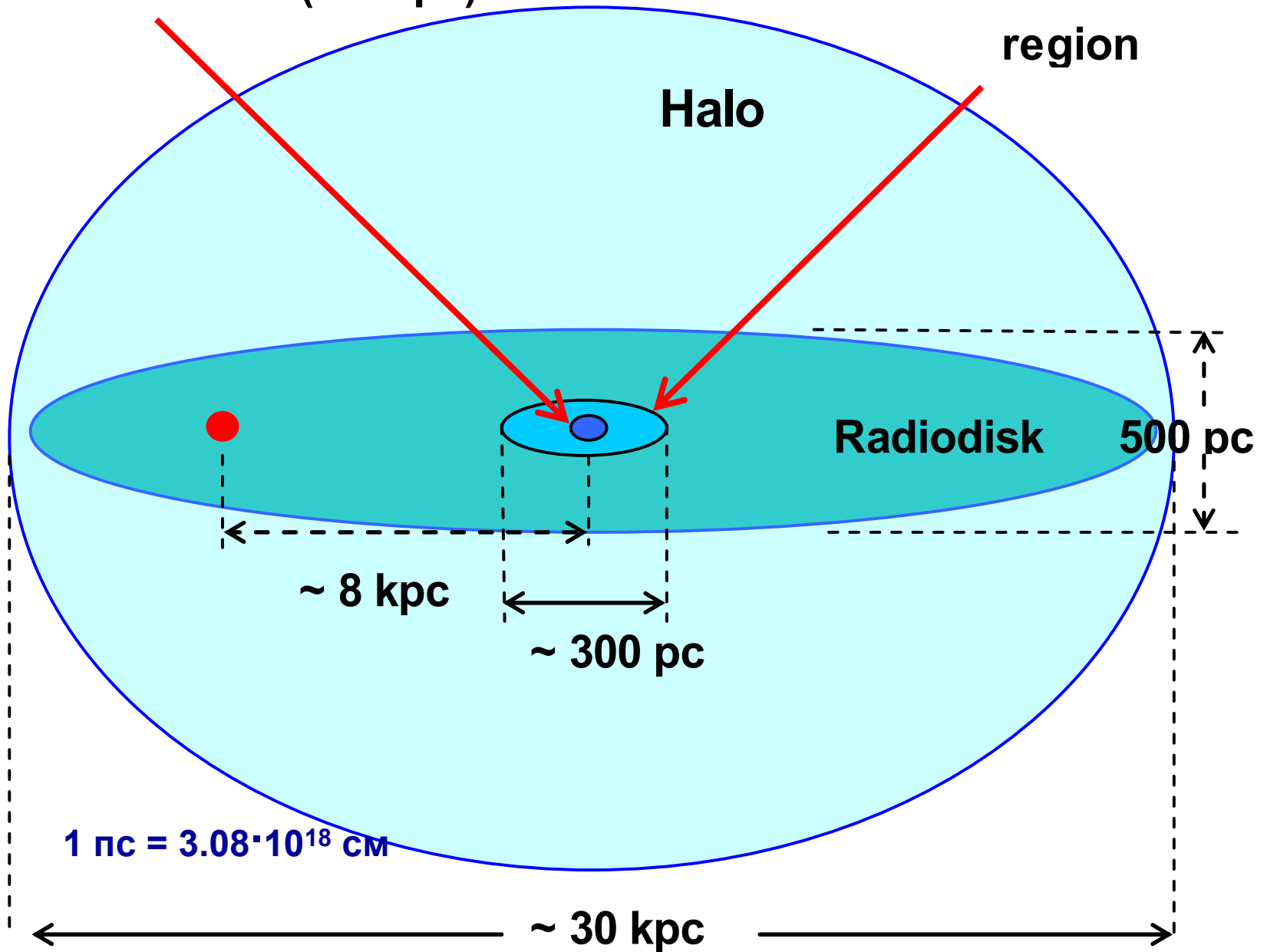


# Галактика Млечный Путь (Milky Way)

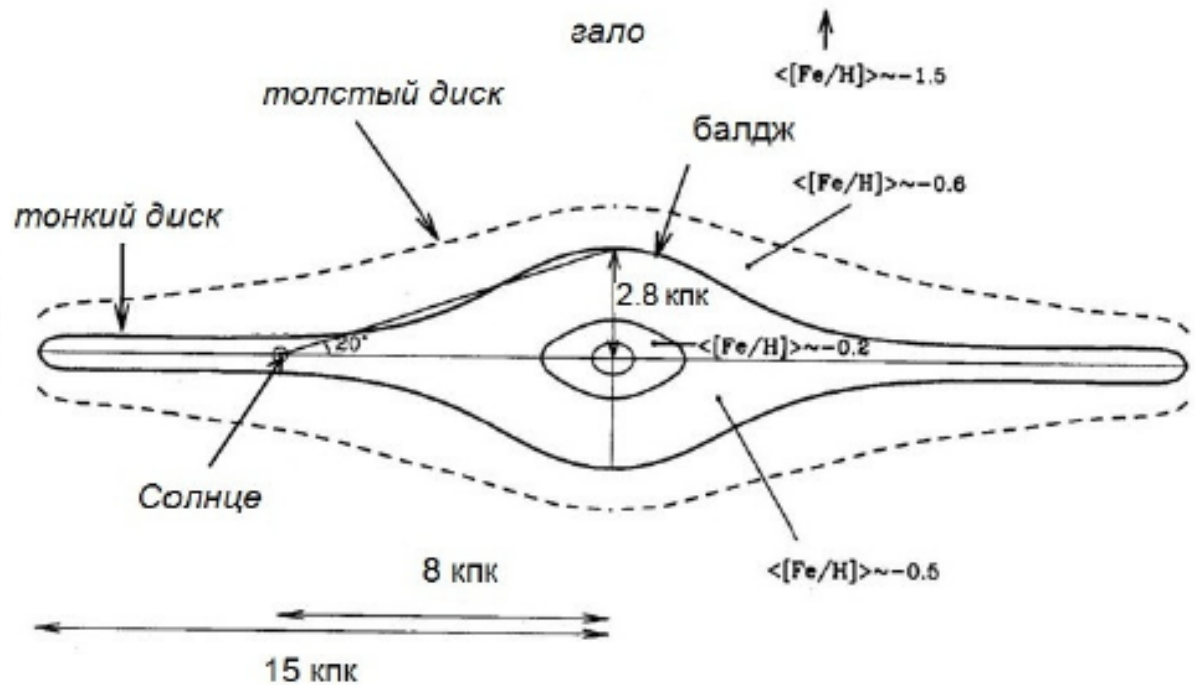


**Galactic nucleus (~ 10 pc)**

**Central radio region**



# Галактика - Млечный Путь



## МЗС:

- ГМО  $H_2$  –  $M=3 \cdot 10^5 M_s$ ,  $n=3-10 \text{ см}^{-3}$ ,
- $H \text{ I}$  (атомы) –  $T \sim 100 \text{ К}$ ,  $n=10 \text{ см}^{-3}$
- $H \text{ II}$  (ионы) – 1/10 массы газа,  $T \sim 10^5 - 10^6 \text{ К}$ ,  $n=1 \text{ см}^{-3}$
- пыль –  $\sim 10 \text{ мк}$ ,  $m \sim 10^{-15} \text{ г}$ , в равновесии с газом ( $\sim 100 \text{ К}$ )
- магнитные поля  $B \sim 10^{-6} \text{ Гс}$  (0.01 Тл)

$$M_{\text{газ}} = 2 \cdot 10^9 M_s$$



# Морфология галактик

## Основные элементы структуры галактик

	Эллиптическая <b>E</b>	Линзовидная <b>SØ</b>	Спиральная <b>S<sub>a</sub>-S<sub>d</sub></b>	Неправильная <b>Irr</b>
<b>Сфероидная область (балдж)</b>	вся галактика	+	+	- (очень слабо)
<b>Звездный диск</b>	- (или очень слабо выражен)	+	основной компонент	+
<b>Газо-пылевой диск</b>	-	- (или очень разреж.)	+	основной компонент
<b>Спиральные ветви</b>	- (или только вблизи ядра)	- или слабо выражены)	+	-
<b>Активные ядра</b>	встречаются	встречаются	встречаются	-

$$\langle L_{\text{gal}} \rangle \sim 2 \cdot 10^{10} L_{\odot}, \quad \left\langle \frac{M_{\text{vis}}}{L_{\text{gal}}} \right\rangle \sim 3 \frac{M_{\odot}}{L_{\odot}} \quad \left\langle \frac{M_{\text{vis}}}{L_{\text{gal}}} \right\rangle \sim 3 \frac{M_{\odot}}{L_{\odot}} \Rightarrow M_{\text{vis}} \sim 6 \cdot 10^{10} M_{\odot}$$

**Видимый размер**  $R_{\text{vis}} \sim 10 \text{ кпк}$ , **расстояния между галактиками**  $d \sim 6 \text{ Мпк}$

**Удельная светимость вселенной**  $J \sim \langle L_{\text{gal}} \rangle n_{\text{gal}} \sim 10^8 L_{\odot} \text{ Мпк}^{-3}$ ,  $n_{\text{vis}} \sim 5 \cdot 10^{-3} \text{ Мпк}^{-3}$

# Интегральные характеристики Галактики и галактик

$10^8 - 10^{12}$  звезд

$\max V(R)$  ←  $R \sim \text{кпк}$

Параметр	Основной метод измерения	Интервал значений	Примерное значение для нашей галактики
Диаметр $D_{25}$	Фотометрия	5–50 кпк	30 кпк
Радиальная шкала диска $R_0$	Фотометрия	1–7 кпк	3 кпк
Толщина звездного диска	Фотометрия дисков, наблюдаемых «с ребра»	0.3–1 кпк	0.7 кпк
Светимость	Фотометрия	$10^7 - 10^{11} L_{\odot}$	$5 \times 10^{10} L_{\odot}$
Масса $M_{25}$ в пределах $D_{25}$	Измерение скоростей газа и/или звезд по эффекту Доплера	$10^7 - 10^{12} M_{\odot}$	$2 \times 10^{11} M_{\odot}$
Относительная масса газа $M_{\text{gas}}/M_{25}$ в пределах $D_{25}$	Измерение интенсивностей линий нейтрального и молекулярного водорода	0.1–30 %	2 %
Скорость вращения $V$ внешних областей галактик	Измерение скоростей газа и/или звезд по эффекту Доплера	50–300 км/с	220 км/с (для окрестности Солнца)
Период обращения внешних областей галактик	Измерение скоростей газа и/или звезд по эффекту Доплера	$10^8 - 10^9$ лет	$2 \times 10^8$ лет (для окрестности Солнца)
Масса центральной черной дыры	Измерение скоростей звезд и газа вблизи ядра; эмпирическая зависимость от центральной дисперсии звезд	$3 \times 10^5 - 3 \times 10^9 M_{\odot}$	$4 \times 10^6 M_{\odot}$

# Скопления галактик



**MW** входит в Местную Группу из 27 галактик - LMC, SMC, Andromeda (M 31=NGC 224) и др. (Large Magellanic Cloud)

# Распределение массы в галактике и кривые вращения

Сферически-симметричное распределение

$$M(R) = \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) dr$$

$$\frac{mV^2(r)}{r} = \frac{GmM(r)}{r^2} \quad V \sim R$$

$$\Rightarrow M(r) = rV^2(r) / G$$

$$\rho(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dM(r)}{dr} = \frac{1}{2\pi Gr} \left( V \frac{dV}{dr} + \frac{V^2}{2r} \right)$$

$$\downarrow$$

$$V(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}$$

Кеплеровское движение (M=const):

$$V(r) = \sqrt{\frac{GM}{r}} \propto r^{-0.5}$$

Если

$$\rho(r) \sim r^{-n},$$

то

$$M(R) = \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) dr \sim r^{3-n}$$

n=0 (однородный шар - балдж)



$$V(R) \propto R$$

линейный рост

n=2



$$V = \text{const}$$

плато кривой вращения

# Кеплеровское движение (диск) и движение твёрдого тела (балдж)

$$E = \frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{l^2}{2mr^2} - \frac{GmM(r)}{r} = \text{const}$$

$$U_{\text{eff}}(r) = -\frac{GmM(r)}{r} + \frac{l^2}{2mr^2}, \quad \vec{l} = [\vec{r} \times \vec{p}] \implies l = m r^2 \dot{\varphi}, \quad V_{\varphi} = r\dot{\varphi},$$

При  $E = U_{\text{eff}}^{\text{min}}$  частица движется по окружности  $r = r_0$ ,

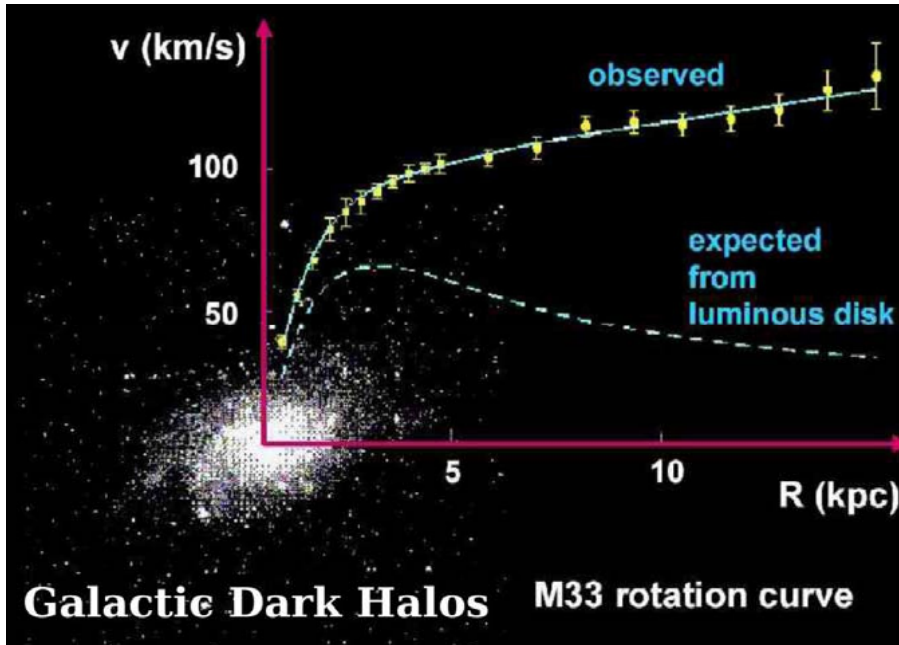
$M = \text{const}$  (точечная масса)

$$\left. \frac{dU_{\text{eff}}}{dr} \right|_{r=r_0} = 0 \implies \frac{l^2}{mr_0} = GmM \implies V_{\varphi}^2(r) = \frac{GM(r)}{r_0}$$

Кеплеровское движение :  $V_{\varphi}(r) \propto 1/\sqrt{r}$

Балдж:  $\rho_B = \frac{3M(r)}{4\pi r^3} = \text{const} \implies V_{\varphi}^2 = \frac{4\pi G \rho_B}{3} r^2 \quad V_{\varphi}(r) \propto r$

# Кривые вращения спиральной галактики и темная материя



$$\frac{GmM(r)}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \implies v = v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}$$

$$M \propto r,$$

$$M(r) = \bar{\rho} \frac{4\pi r^3}{3} \implies v(r) = \sqrt{\frac{4\pi G \bar{\rho}}{3}} r, \implies v(r) \propto r.$$

Во внешней области галактики масса  $M(r)$  практически постоянна,  $M(r) \approx M_g$ .

Поэтому 
$$v(r) = \sqrt{\frac{GM_g}{r}}, \implies v(r) \propto 1/\sqrt{r}$$

$M \propto r \implies V \approx \text{const}$

**S, E-галактики -**

$M / L \approx (10 - 20) M_{\odot} / L_{\odot},$

**тусклые и карликовые**

**Галактики -**  $M / L \approx (200 - 600) M_{\odot} / L_{\odot}$



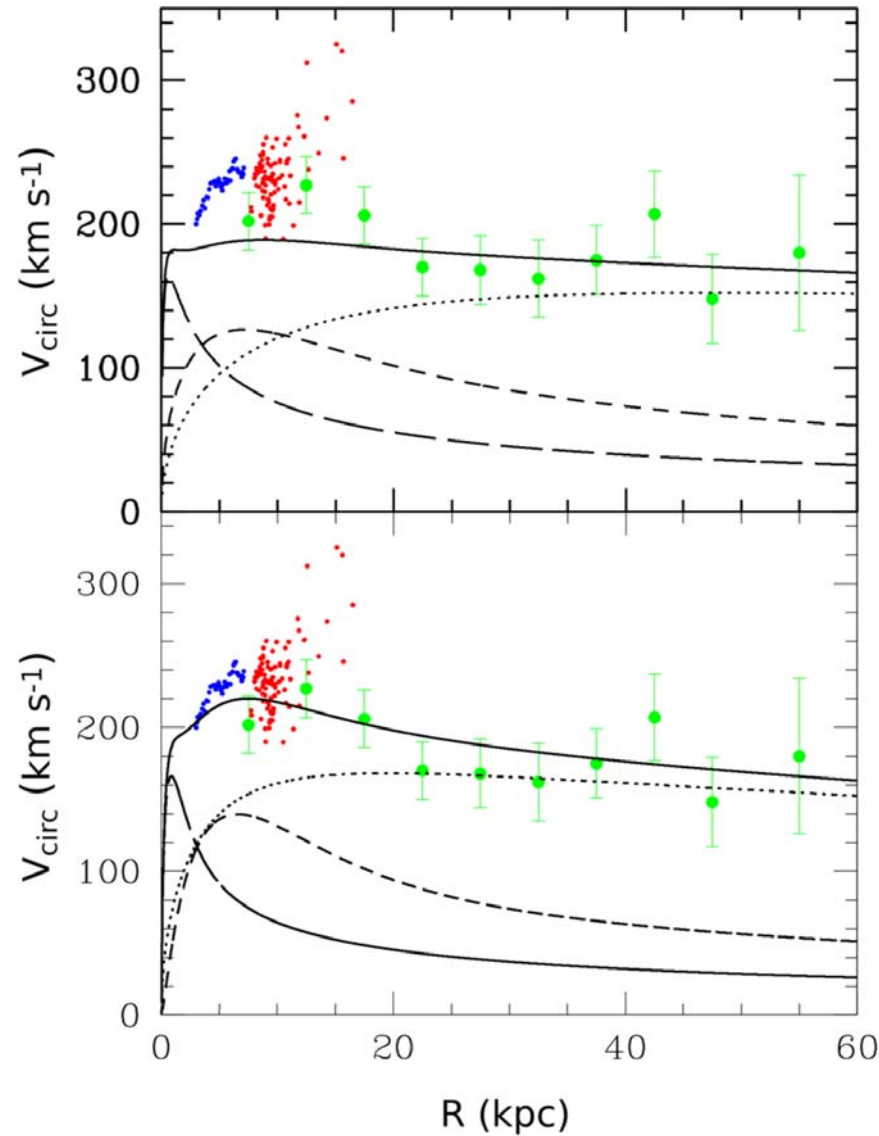


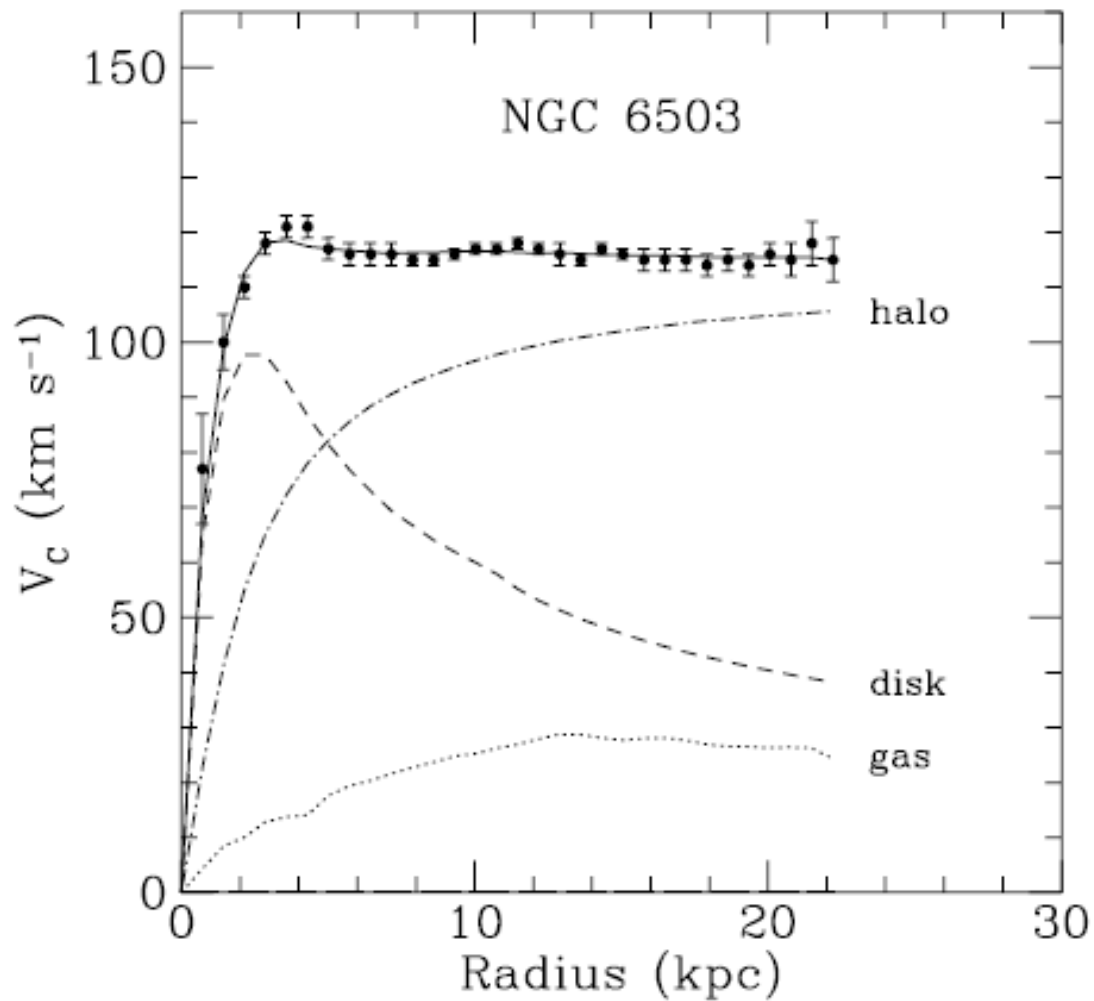
FIG. 14 (color online). Rotation curve, as determined from the analysis of BHB stars by Xue *et al.* (2008), the terminal velocity method by Malhotra (1995), and the analysis of HII regions- reflection nebulae by Brand and Blitz (1993). The upper panel shows the model predictions from Xue *et al.* (2011) for the total rotation curve (solid) and the contributions from the disk (dashed), bulge (long dashed), and halo (dotted). The lower panel shows the WPD model.

## Вращательные кривые голубых звезд горизонтальной ветви диаграммы ГР (BHB stars), полученные на основе слоановского обзора SDSS.

Верхняя панель: предсказания Xue (2011) (суммарная – сплошная линия, вклад диска – штриховая, балдж – длинные штрихи, гало – точечная).

Нижняя: модель WPD (Widrow, Pym, Dubinski, 2008)

## из Рубакова



Кривые показывают вклад трех основных компонент вещества в гравитационный потенциал (диск, газ и гало)

### Вращательные кривые в галактике NGC 6503

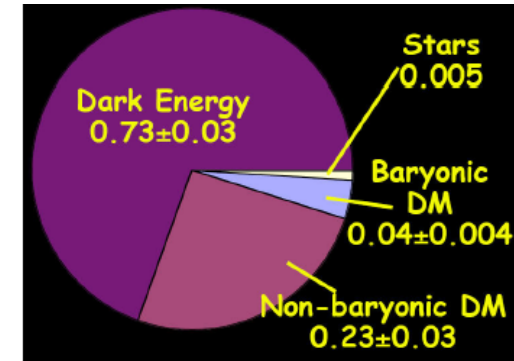
# Темная материя (1)

Барионная темная материя: массивные компактные объекты гало МАСНО

MASSive Compact Halo Object

МАСНО: а) массивные темные объекты - коричневые карлики в удаленных областях галактик, которые могут объяснить аномальные вращательные кривые;  
б) черные дыры, в частности первичные ЧД (PBHs)

Небарионная темная материя: аксионы, WIMPs, стерильные нейтрино



Аксионы были введены, чтобы разрешить сильное нарушение СР-четности в КХД ; возникают естественно в теориях суперструн, могут наблюдаться в процессах конверсии аксион-фотон в сильных магнитных полях.

WIMPs – частицы с массами 10 ГэВ – 10 ТэВ, могут наблюдаться через энергосвечение в результате упругого рассеяния или продукты их аннигиляции - нейтрино, гамма-кванты, позитроны, антипротоны ...

Наилучший кандидат – нейтралино (легчайшие суперсимметричные частицы)

# Темная материя (-2)

F. Zwicky, 1933

$$\Omega_{\text{cdm}} = 0.22 \quad \Omega_{\text{hdm}} = 0.015 \quad \Omega_{\text{b}} = 0.045 \quad (\Omega_{\text{starsb}} \sim 0.005)$$

Барионная компонента? - “юпитеры”, черные дыры, коричневые карлики, ЧД планковских масс ....

**MACHO - Massive Astrophysical Compact Halo Objects**

В Магеллановых Облаках

$$M_{\text{MACHO}} \sim (10^{-2} - 10^{-6}) M_{\odot}$$

WIMPs: нейтралино, аксион ...

Нейтралино: сигнал от аннигиляции - 100-200 ГэВ,

$$0.1 < \Omega_{\chi} < 0.3$$

для  $5 \cdot 10^{-8} < \sigma_{\chi} < 5 \cdot 10^{-10}$  пб

---

# Открытие радиогалактик и квазаров

Открыты в разные годы. Сейфертовские - Carl Seyfert, 1943.

В 1960 обнаружены радиоисточники малых угловых размеров -  $< 10''$  :

- квазары (quasi-stars или Quasi Stellar Radiosources) – Maarten Schmidt, 1963 (3C 273,  $z=0.158$ );
- лацертиды - в 1968 г.

Квазары похожи на сейфертовские галактики, но мощность энерговыделения (светимость) в 100 -1000 раз больше.

Лацертиды (подмножество блазаров) - 30-50 объектов,  $z=0.03 - 1$ , непрерывное опт. и радиоизлучение сильно поляризовано  
BL Lacertae = квазар VRO 2201+42 - отсутствуют линии в оптическом спектре - как будто нет звезд (!)

## Космические аппараты (спутники)

- **Small Astronomy Satellite 2 (SAS-2)** – первый большой спутник для  $\gamma$ -астрономии (детекторы – искровые камеры и сцинтилляторы)  
Запущен в 1972 пробыл на орбите 6 мес.; детально просмотрено небо в диапазоне 20 МэВ - 1 ГэВ
  - **COsmic ray Satellite B (COS-B)**, 1975 - 1982 , 70 МэВ – 5 ГэВ; первая полная карта  $\gamma$ -излучения из диска Галактики и первое детектирование  $\gamma$ -излучения внегалактического объекта – квазар 3C273.
  - “Реликт”, COBE (Cosmic Background Explorer), 1992- 2006
- Compton Gamma Ray Observatory (CGRO)** - спутник NASA 1991- 2000 гг; состоит из 4х инструментов:
- Energetic Gamma Ray Experiment Telescope (**EGRET**)
  - Burst and Transient Source Experiment (**BATSE**)
  - Compton Telescope (**COMPTEL**)
  - Oriented Scintillation Spectrometer Experiment (**OSSE**)
- WMAP
  - Planck

**CGRO** наблюдал  $\gamma$ -излучение до 30 ГэВ, обнаружил изотропное распределение космологических GRBs; EGRET открыл большое число внегалактических источников, в частности – блазары как источники HE  $\gamma$ -излучения.



# Активные ядра галактик (AGN) - 1

- **Сейфертовские галактики** (Seyfert, 1943) – NGC 1064, 1275, 4151 ... (90% спиральные) - Seyfert 1, Seyfert 1.5, Seyfert 2
- **Радиогалактики**, 50-е годы (Е-галактики)
- **Квазары** (Шмидт, 1963) -  $L_{QSO}$  до  $\sim 10^{41}$  Вт, 3C 273 ( $z=0.158$ , 630 Мпк);  $z=2-3$  (УФ  $\rightarrow$  видимый) (Е-галактики)
- QSO (Quasi Stellar Objects) - радио-спокойные квазары
- **Блазары** (лацертиды, BL Lacertae ) – VRO 2201+42, нет опт. линий (нет звезд?), струи
- **N-галактики** (1958) – малое комп. ядро и малый ореол, линии эмиссии - широкие, но уже сейфертовских; гамма-излучение с энергиями до  $\sim 10$  ГэВ (Compton GRO EGRET)
- **Галактики Маркаряна** ( $\sim 500$ ) – избыточное УФ (Mkn 421, Mkn 501); отчасти совпадают с радиотихими (radio-quiet) квазарами, отчасти с сейфертовскими и N-галактиками

**Огромная светимость** –  $10^{46} - 10^{48}$  эрг/с

**Нетепловой характер излучения – степенной энергетический спектр**

$$\phi \sim E^{-\alpha}$$

## Активные ядра галактик - 2

- Сейфертовские галактики (Seyfert1, Seyfert 1.5, Seyfert 2) –  $10^{37}$  Вт ( $10^{44}$  эрг/с )
- Квазары - ( $10^{46}$ –  $10^{48}$ ) эрг/с (  $z=2$ -3)
- Блазары, лацертиды (направленные струи)
- N-галактики, галактики Маркаряна – гамма излучение с энергиями  $\sim$ ГэВ и ТэВ.

Ядра этих галактик - источники огромной энергии, излучение которых нельзя отождествить с обычным излучением звезд. Их мощность превосходит суммарную мощность всех звезд галактики. Активность ядер проявляется в интенсивном э.-м. излучении, выбросе в МГП облаков обычного газа с огромными скоростями ( $\sim 10^4$  км/с) и релятивистских электронов, которые обнаруживают по синхротронному радиоизлучению.

Сильная и быстрая переменность излучения: временной масштаб  $\sim$  несколько дней, пространственный  $< \sim 1$ пк (сравнительно малая область - центральный источник).

Огромное энерговыделение говорит о мимолетности этой фазы (яркой) эволюции галактик.

## Активные ядра галактик - 3

- Seyfert (400 штук) - 90% спиральные галактики, часто сопровождаются другими галактиками (гравитационно связаны?). Широкие эмиссионные линии - H, He.
- Seyfert 1 - широкие разрешенные эмисс. линии (H1, HeII, HeIII) и более узкие запрещенные; рентгеновское излучение - сильное и разнообразное, период - часы-дни.
- Seyfert 1.5 - и широкие и узкие разрешенные линии, рентгеновское излучение.
- Seyfert 2 - нет рентгена, только узкие разрешенные линии (малые скорости газа).
- Радиогалактики - массивные эллиптические
- Блазары - это те AGN, у которых струи направлены на Землю. В каталоге EGRET их 90 (66 хорошо идентифицированных и 27 возможных); делят на 2 класса: квазары с плоским спектром (80%) и лацертиды (без эмиссионных линий) - объекты типа BL Lacertae (20%).

# Характеристики AGN

- ✓ Распространенность - несколько % всех галактик (всего  $\sim 7000$ )
- ✓ Расстояния - до 1 Гпк ( $z = 2-3$ ) (яркий квазар 3C 273  $\sim 600$  Мпк)
- ✓ Светимость - до  $10^{48}$  эрг/с ( $L_{\text{Galaxy}} = 8 \cdot 10^{43}$  эрг/с)  $\phi(\omega) \sim \omega^{-\alpha}$
- ✓ Степенной непрерывный спектр э.-м. излучения
- ✓ Широкие разрешенные линии эмиссии и узкие запрещенные
- ✓ Быстрые изменения блеска (дни, недели)
- ✓ Компактность ( $< 10^2$  пк  $\sim$  сотен св. лет)
- ✓ Время жизни  $\sim 10^8$  лет (если AGN - общая фаза эволюции галактик)
- ✓ Энерговыведение  $\sim M_{\text{rg}} c^2$ ,  $M_{\text{rg}}$  - масса газа в типичных дисковых галактиках ( $10^{58} - 10^{60}$  эрг или  $10^4 - 10^6 M_{\text{sol}}$ )

**Парадигма AGN:** источник энергии - **аккреция** газа на массивную черную дыру; механизм высвобождения энергии - **потеря углового момента** вращающегося аккреционного диска

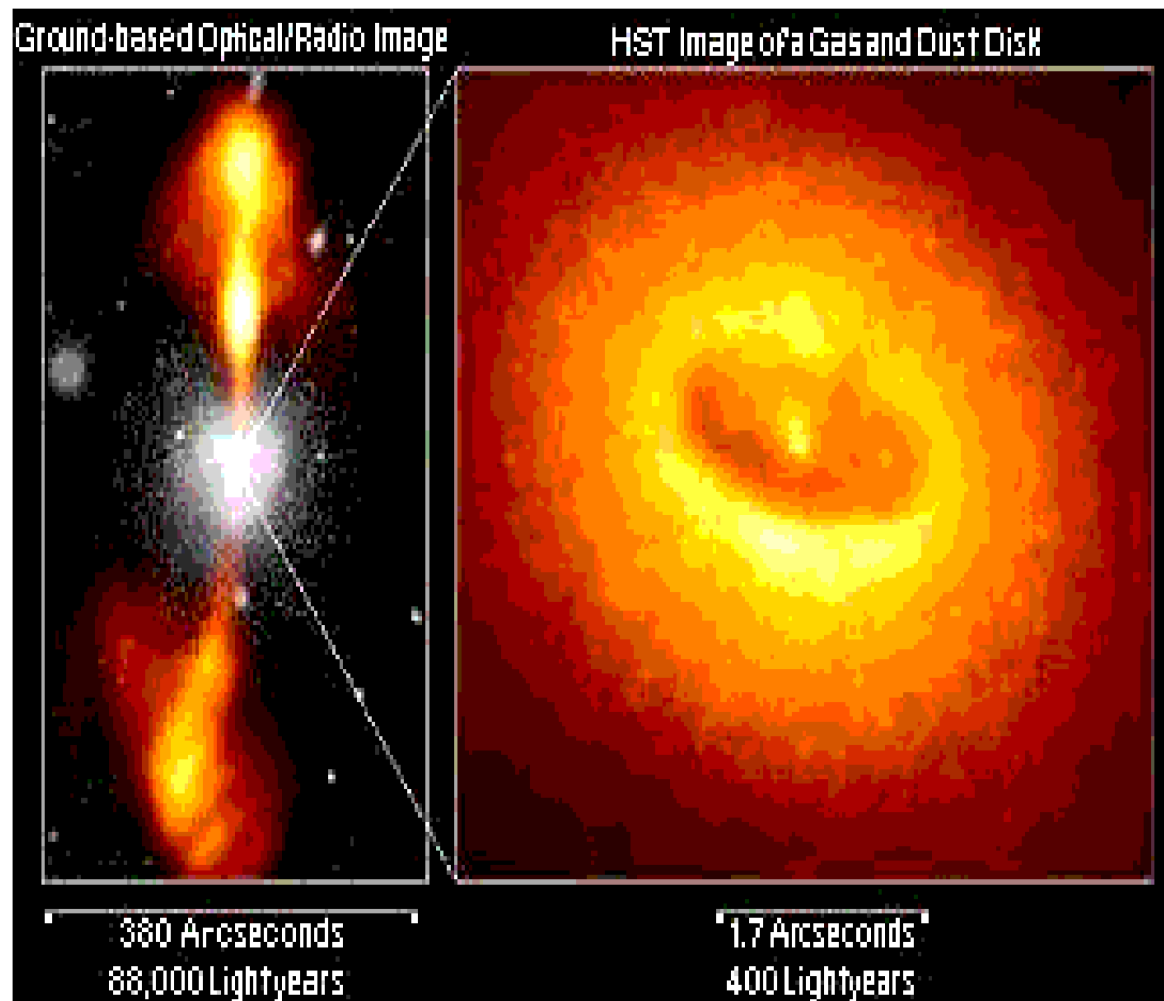
# Квазар NGC 4261 (3C 270)

Слева: радио-оптическое изображение струй (наземный телескоп) –  $8.8 \cdot 10^4$  св. лет.  $\sim 27$  кпк в поперечнике.

Справа:

снимок HST - оптический образ диска NGC 4261 - 1250 св. лет. в поперечнике

Струи наблюдают в радио-диапазоне, кор виден в УФ и оптическом диапазоне. Виден тор и аккреционный диск как светлое пятно в центре на масштабе  $\sim 1$  дуг. сек.



Hubble Space Telescope image

R.Antonucci, ARAA 1993, v.31, 473-521

# Сверхмассивная черная дыра 4C+29.30

Галактика 4C+29.30  
находится на расстоянии  
850 млн. св. лет.

Имеет два мощных  
джетов (струи).

$$d \sim 245 \text{ Мпк}$$

$$M \sim 10^8 M_{\odot}$$

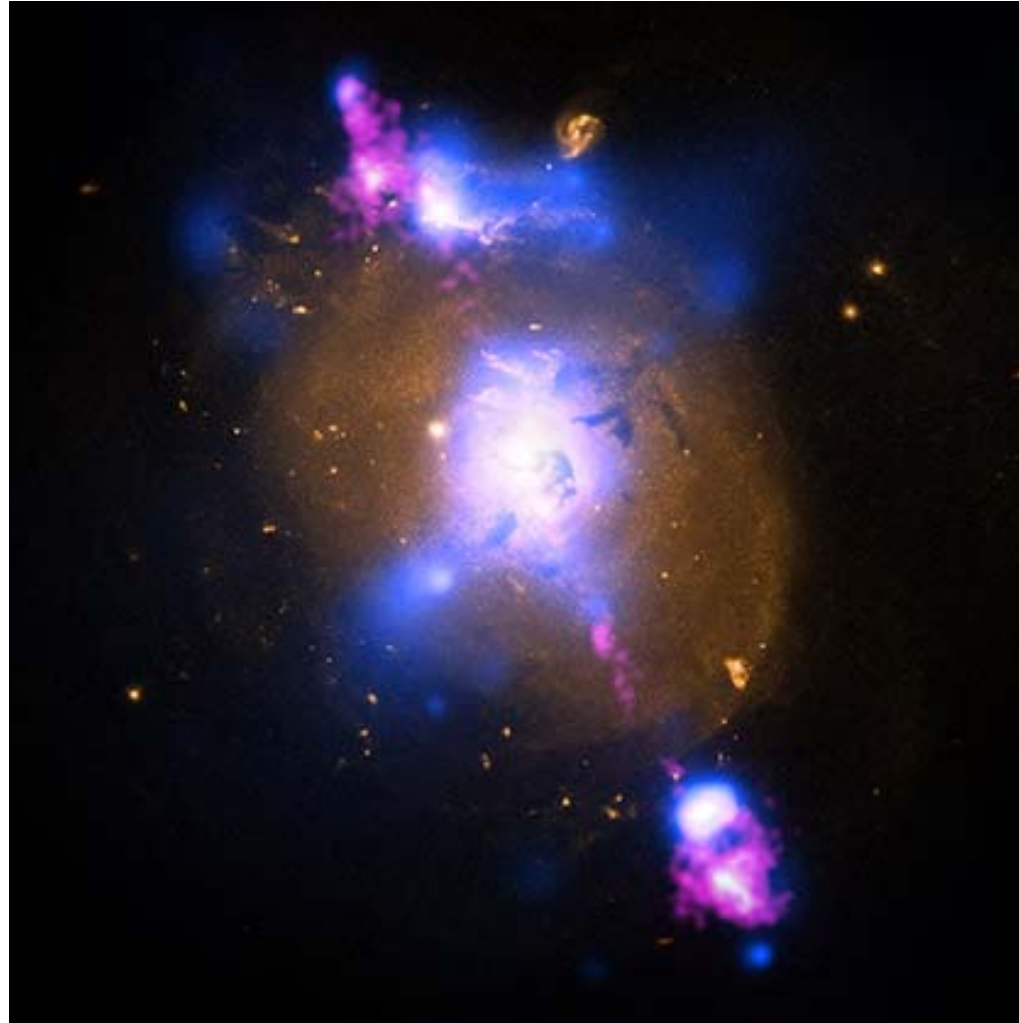
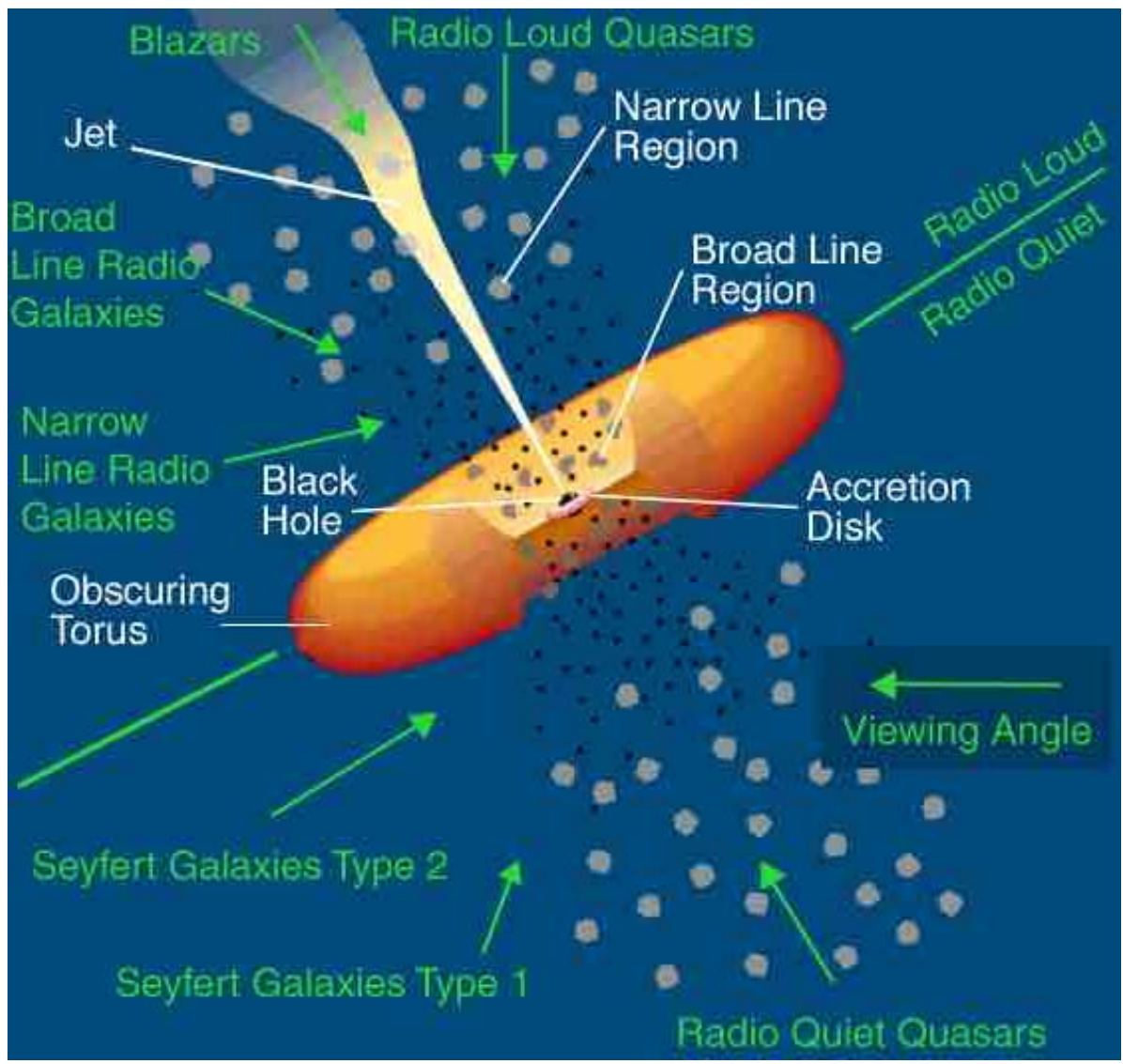


Фото:  
[harvard.edu](http://harvard.edu)





# AGN: какие частицы ускоряются?

Заряженные частицы (**e**, **p**) ускоряются до высоких энергий в счет за счет механизма Ферми 1-го порядка. Преобладают **e** или **p**, пока неясно (два конкурирующих направления - "лептонное" и "адронное"). Электроны конечно присутствуют - наблюдаются широкие полосы синхротронного излучения.

Если доминируют **e**, то в процессах обратного комптоновского рассеяния низкоэнергетических фотонов могло бы генерироваться жесткое  $\gamma$ -излучение. Мягкие фотоны излучаются диском или облаками газа или пыли вокруг.

Если доминируют **p**, то взаимодействуя с излучением и газом они могли через процессы фоторождения пионов генерировать  $\gamma$ -излучение и нейтрино высоких энергий.

# Модель активного галактического ядра

Три зоны ядра:

1. Аккреционный диск - источник непрерывного спектра (опт. и жесткое, тах – в гамма-диапазоне)  $\phi \sim E^{-\alpha}$
2. Область широких линий ( $V > 10^3$  км/с), тепловое излучение
3. Область узких линий (размер  $\sim$  св. месяц)

Унифицированная модель AGN:

$$M_{SMBH} \sim (10^5 - 10^9) M_{\odot}$$

- ✓ в центре находится вращающаяся черная дыра
- ✓ аккреционный диск вокруг ЧД, разогретый за счет вязкого трения (магнитные поля)
- ✓ коллимированные струи релятивистских частиц

$$R_{AD} \leq 10^9 \text{ км}$$

$$T_{AD} \sim 10^3 \text{ К}$$

# BLAZAR MODELING

Nonthermal  $\gamma$  rays  $\Rightarrow$  relativistic particles + intense photon fields

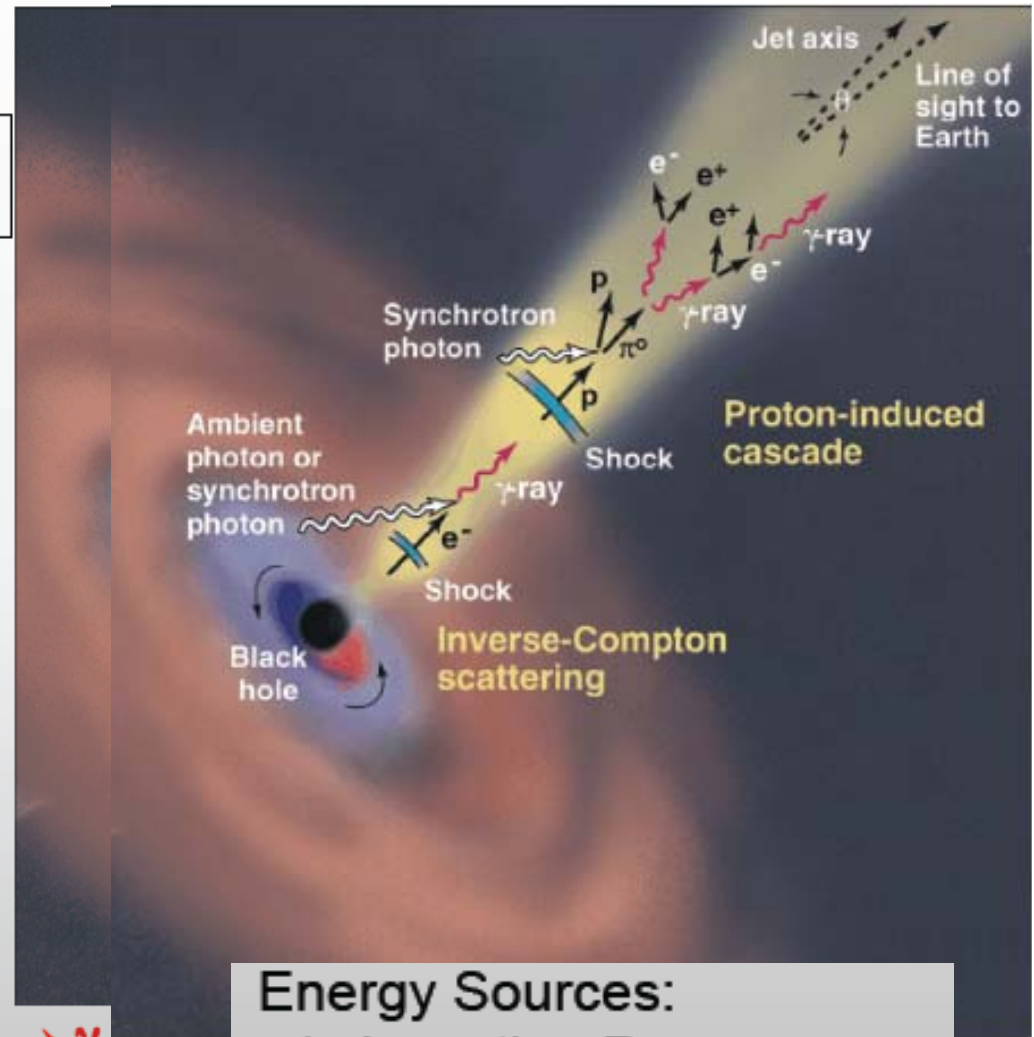
## Leptonic jet model:

Nonthermal synchrotron paradigm  
 Associated SSC and EC component(s)  
 Location of emission site

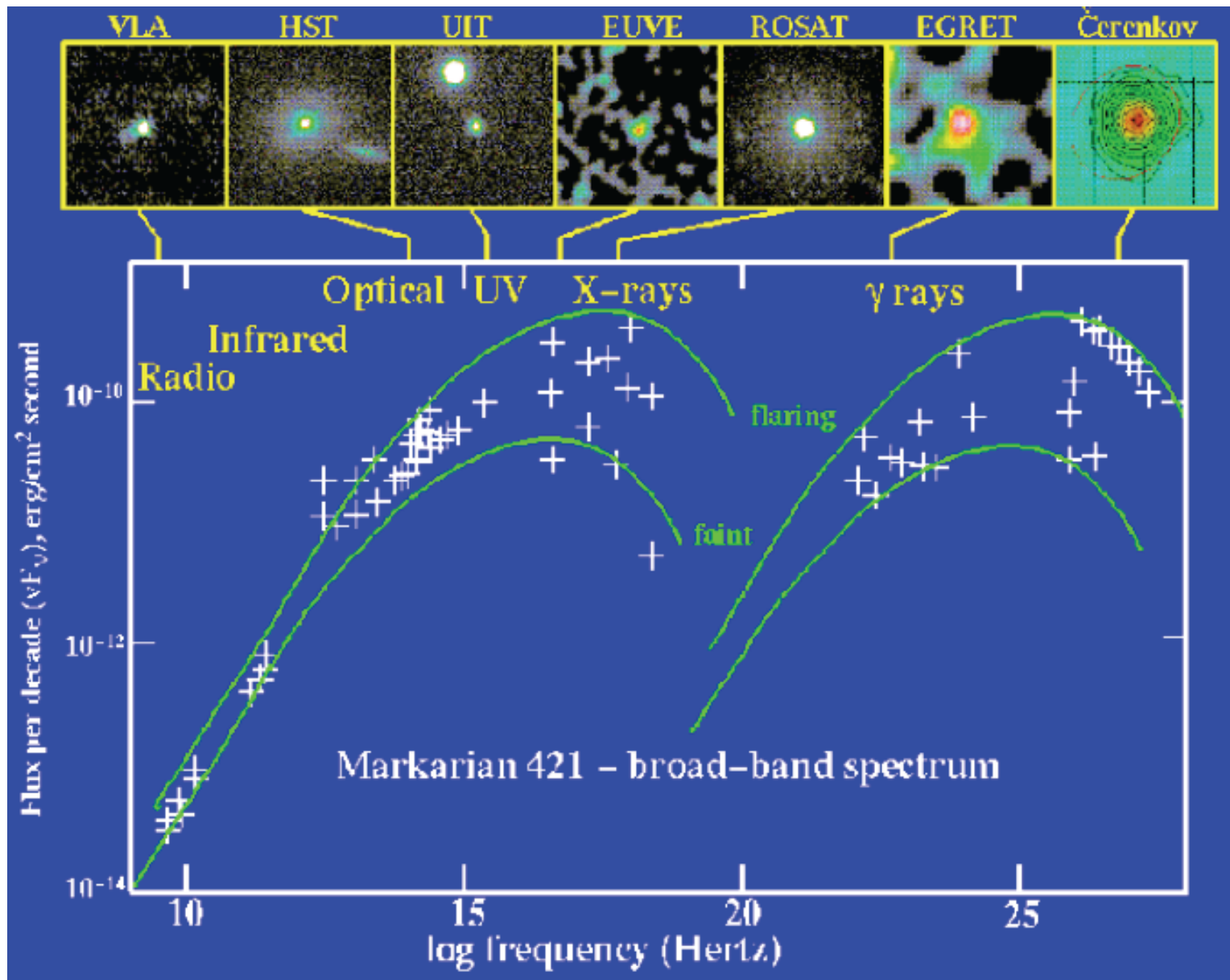
## Hadronic jet model:

Secondary nuclear production  
 $pN \rightarrow \pi^0, \pi^\pm \rightarrow \gamma, \nu, n, e^\pm$   
 Proton and ion synchrotron radiation  
 $pB \rightarrow \gamma$   
 Photomeson production  
 $p\gamma \rightarrow \pi^0, \pi^\pm \rightarrow \gamma, \nu, n, e^\pm$

High energy  $\gamma$ -ray component from  $\gamma\gamma' \rightarrow e^\pm \rightarrow \gamma$   
 by Compton or synchrotron processes  
 Neutrons escape to become UHECRs



Energy Sources:  
 1. Accretion Power  
 2. Rotation Power  
**Supermassive Black Holes**



# Светимость аккреционного диска

Гравитационная энергия частицы массы на кеплеровской орбите радиуса  $R_i$

$$E_g = -\frac{GMm}{R_i}, \quad R_i = 3r_g,$$

По теореме вириала

$$\bar{T} = -\frac{1}{2}E_g = \frac{GM\Delta\bar{m}}{2R_i} \quad r_g = \frac{2GM}{c^2} \approx 2.9(M / M_\odot) \text{ км}$$

$$\Delta E_g = -E_g = \frac{GM\Delta\bar{m}}{R_i}$$

Выделившаяся при падении частиц с массой  $\Delta m$  из бесконечности на  $R_i$  гравитационная энергия распределится между излучением (нагревом - т. е. внутренней энергией) и кинетической энергией :



С другой стороны

$$\Delta E_g = \bar{T} + \Delta\bar{U} \quad \Delta E_g = -\frac{1}{2}E_g + \Delta\bar{U}, \quad \Delta\bar{U} = \Delta E_g + \frac{1}{2}E_g = \frac{GM\Delta\bar{m}}{2R_i}$$

Светимость АД

$$L_{AD} = \frac{\Delta\bar{U}}{\Delta t} = \frac{GM\dot{M}}{2R_i}, \quad \dot{M} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \quad \text{скорость аккреции}$$



## Конверсия гравитационной энергии в излучение. Светимость АД

$$L_{AD} = \frac{GM\dot{M}}{2R_i} = \eta\dot{M}c^2 \quad \leftarrow \quad GM = r_g c^2 / 2 \quad \leftarrow \quad r_g = \frac{2GM}{c^2}.$$

Здесь коэфф.  $\eta = \frac{r_g}{4R_i}$  определяет эффективность конверсии грав. энергии в излучение

Низшая устойчивая орбита ЧД Шварцшильда определяется условием

$$R_i^S = 3r_g,$$

Тогда

$$\eta_s = \frac{1}{12}$$

Для сравнения:

$$\eta_{burn} \sim 10^{-9},$$

$$\eta_{TNS} = \frac{4m_p - m_{He}}{4m_p} \approx 7 \cdot 10^{-3},$$

**0,00728 (!)**

$$R_i^K = r_g / 2, 9r_g / 2$$

$$\eta_{Kerr} \approx 0.42$$

---

# Механизм Бланфорда-Знаека

Blandford R D, Znajek R L Mon. Not. R. Astron. Soc. 179 (1977) 433

- При аккреции замагниченной плазмы вблизи ЧД с АД возможно формирование интенсивных магнитных полей на горизонте событий
- Если ЧД быстро вращается (решение Керра), а АД вращается по кеплеровскому закону, то магнитное поле может способствовать извлечению энергии вращения ЧД
- Генерация магнитного поля на горизонте событий ЧД и индуцированного электрического поля в магнитосфере вращающейся ЧД приводит к ускорению заряженных частиц.

# Эддингтоновский предел светимости

Пусть звезда состоит из водорода и доминирует излучение:

$$P \approx P_r, \quad P_r = \frac{1}{3} u(T) = \frac{1}{3} a T^4$$

Предельную светимость найдем из условия

$$P_r \leq P_g$$

Поток энергии в дифф. приближ.

$$\vec{j} = -D \vec{\nabla} u, \quad D = \frac{1}{3} c l_\gamma = \frac{c}{3 n \sigma_T} = \frac{c m_p}{3 \rho \sigma_T} = \frac{c}{3 \rho \kappa_T}$$

$$\kappa_T = \frac{\sigma_T}{m_p} \quad \text{коэф. непрозрачности,}$$

$$\sigma_T = (8\pi/3)(e^2 / m_e c^2)^2 \approx 6.5 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$$

сечение томсоновского рассеяния

$$|\vec{j}| = \frac{L}{4\pi r^2}, \quad \frac{dP_r}{dr} = \frac{1}{3} \frac{du}{dr} = -\frac{1}{3} |\vec{j}| \frac{3\rho\kappa_T}{c} = -\frac{\rho\kappa_T L}{4\pi r^2 c} \quad \begin{array}{l} \text{градиент давления} \\ \text{излучения} \end{array}$$

$$\frac{dT_r}{dr} = -\frac{3\kappa_T \rho}{4acT^3} \frac{L}{4\pi r^2}$$

градиент температуры

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP_g}{dr} = -\frac{GM}{r^2}$$

условие устойчивости гравитационно-связанного объекта

$$\Rightarrow L = L_{Ed}$$

$$dP_r \Big|_{L=L_{Ed}} = dP_g \Rightarrow L_{Ed} = \frac{4\pi GMm_p c}{\sigma_T} = \frac{4\pi cGM}{\kappa_T} \approx 1.38 \cdot 10^{31} \left( \frac{M}{M_\odot} \right) \text{ Вт}$$

( $L_\odot = 3.8 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$ )

## Сверхкритический АД

Максимальный темп стационарной аккреции определяется эддингтоновской светимостью (при которой аккреция еще не останавливается давлением излучения):

$$\dot{M}_{\text{cr}} = \frac{L_{\text{Ed}}}{\eta c^2} \approx 10^{-8} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right) M_{\odot} / \text{год} \approx 10^{18} \text{ г/с}$$

Сверхкритический режим АД:

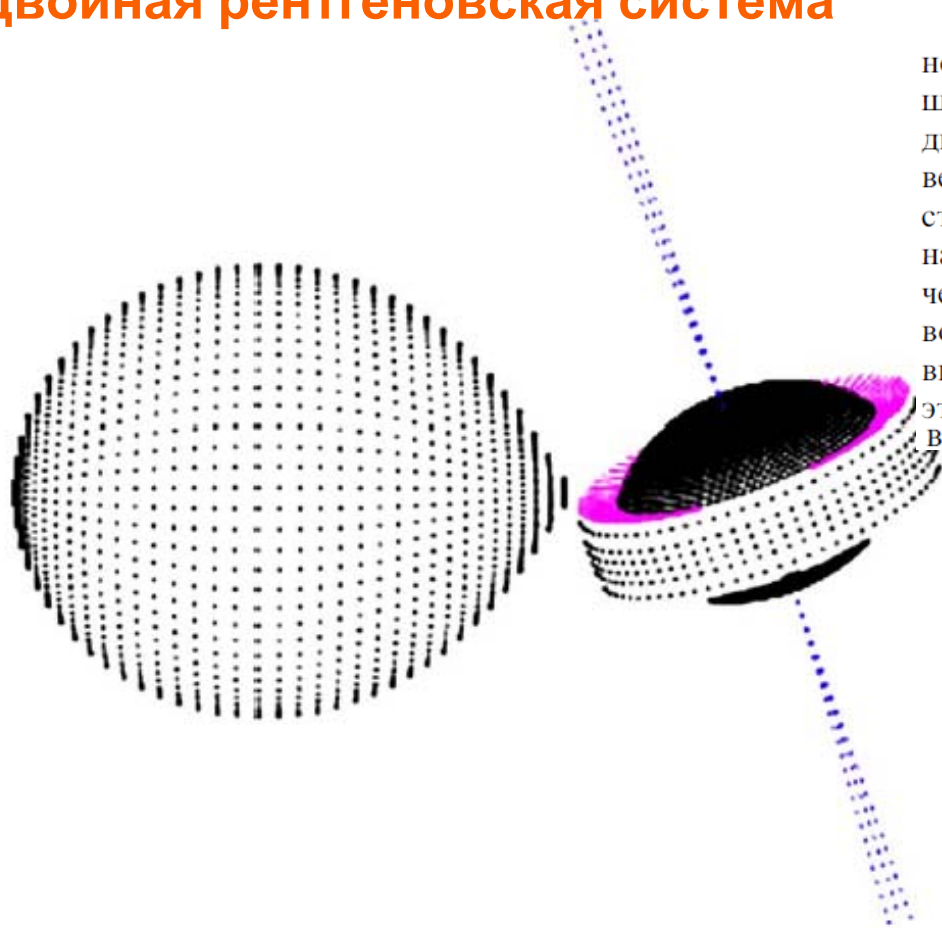
$$\dot{M} > \dot{M}_{\text{cr}}$$

При  $L > L_{\text{Ed}}$  давление излучения больше гравитационного притяжения.

В этом режиме часть вещества отбрасывается излучением, образуется “звездный ветер” АД.

Узконаправленные релятивистские струи – крайнее проявление сверхкритического режима АД. В частности, в двойной рентгеновской системе SS433 (микроквazar) наблюдаются струи частиц со скоростью 0.26 c .

## Двойная рентгеновская система



Рентгеновская двойная система состоит из нормальной оптической звезды типа нашего Солнца (донора вещества) и релятивистского объекта — нейтронной звезды или чёрной дыры, — находящегося в режиме аккреции вещества, поставляемого спутником. Приливные воздействия гравитационного поля релятивистского объекта на оптическую звезду вызывают её деформацию и истечение из неё вещества, что приводит к формированию вокруг релятивистского объекта аккреционного диска с высокой температурой в его центральных частях. Поэтому окрестности релятивистского объекта светятся в рентгеновском диапазоне спектра.

**Черепашук А.М. УФН 2014 Т.184**

**Рис. 2.** Схематическое изображение, на основе которого строится математическая модель рентгеновской двойной системы с прецессирующим сверхкритическим аккреционным диском вокруг релятивистского объекта и коллимированными выбросами — джетами.

# Черные дыры

Термин ЧД : Дж. Уиллер, 1968 г.  
прежде - "застывшая" звезда, коллапсар

К. Шварцшильд (1916) : 
$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - r_g/r} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

Р. Керр, 1963 г. - новое точное решение уравнений Эйнштейна, которое описывает вращающуюся черную дыру : ЧД может иметь ненулевой угловой момент.

Решение Керра  $J \neq 0$  : 
$$R_h = \frac{GM}{c^2} [1 + (1 - j^2)^{1/2}], \quad j \equiv J/J_{\max}$$

Керр, Ньюман (R.P. Kerr; E.T. Newman, 1965) - самое общее решение (с параметрами  $M, J, Q$ ), описывающее заряженную вращающуюся черную дыру.

Kerr R.P. Phys. Rev. Lett. 11 (1963) 237;

Newman E.T. et al. J. Math. Phys. 6 (1965) 918.

Специальные случаи:  $Q = 0$  - метрика Керра;  
 $J = 0$  - метрика Рейснера-Нордстрема;  
 $Q = 0, J = 0$  - метрика Шварцшильда.

# Свойства черных дыр

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} \approx 2.9 (M / M_\odot) \text{ км}$$

**Метрика Шварцшильда**

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - r_g / r} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

**ЧД Шварцшильда**

$$Q = 0, J = 0$$

**Горизонт событий:**  $d\tau = \sqrt{g_{00}} / c = \sqrt{1 - r_g / r} dt$ ,  $dt = \frac{1}{\sqrt{1 - r_g / r}} d\tau$ ;

$r = r_g$  - координатная сингулярность;  $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - r / r_g}$

**Коорд. сингуляр. устраняется выбором координат (в отличие от неустраняемой физической сингулярности  $r = 0$ ), таким, например :**

**Система координат Крускала:**  $ds^2 = \frac{4r_g^3}{r} e^{-r/r_g} (dv^2 - du^2) - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$ ,

$$u = \sqrt{r / r_g - 1} e^{r/2r_g} \text{ch}(ct / 2r_g), \quad v = \pm \sqrt{r / r_g - 1} e^{r/2r_g} \text{sh}(ct / 2r_g).$$

# Вращающаяся ЧД, решение Керра (R.Kerr, 1963)

Стационарная аксиально-симметричная метрика

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g r}{\rho^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 - \rho^2 d\theta^2 - \left(r^2 + a^2 + \frac{r_g a^2 r}{\rho^2} \sin^2 \theta\right) \sin^2 \theta d\varphi^2 + \frac{2r_g a r}{\rho^2} \sin^2 \theta d\varphi dt,$$

где  $\Delta = r^2 - r_g r + a^2$ ,  $\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$ ,  $a = \frac{J}{Mc}$ ;  $r_g = \frac{2GM}{c^2}$

т.е.  $a \leq \frac{r_g}{2}$ . При  $a > \frac{r_g}{2}$  метрика Керра теряет смысл

На больших расстояниях  $g_{00} \approx 1 - \frac{r_g}{r}$ ,  $g_{03} \approx \frac{r_g a}{r} \sin^2 \theta$

При  $a=0$  метрика Керра переходит в метрику Шварцшильда.

Две особых поверхности ЧД в метрике Керра:

1) радиус горизонта событий

$$g_{11} = \infty, \Delta = 0, r_{\text{hor}} = \frac{r_g}{2} + \sqrt{\frac{r_g^2}{4} - a^2}$$

2) эргосфера

$$g_{00} = 0, r_{\text{erg}} = \frac{r_g}{2} + \sqrt{\frac{r_g^2}{4} - a^2 \cos^2 \theta}$$



# Система координат Крускала

Kruskal M.D. Phys.  
Rev. 119 (1960) 1743

$$u = \sqrt{r/r_g - 1} e^{r/2r_g} \operatorname{ch}(ct/2r_g), \quad v = \sqrt{r/r_g - 1} e^{r/2r_g} \operatorname{sh}(ct/2r_g).$$

**Обратное преобразование:**

$$(r/r_g - 1) e^{r/r_g} = u^2 - v^2, \quad \operatorname{th}(ct/2r_g) = u/v.$$

**В области**  $r \geq r_g$

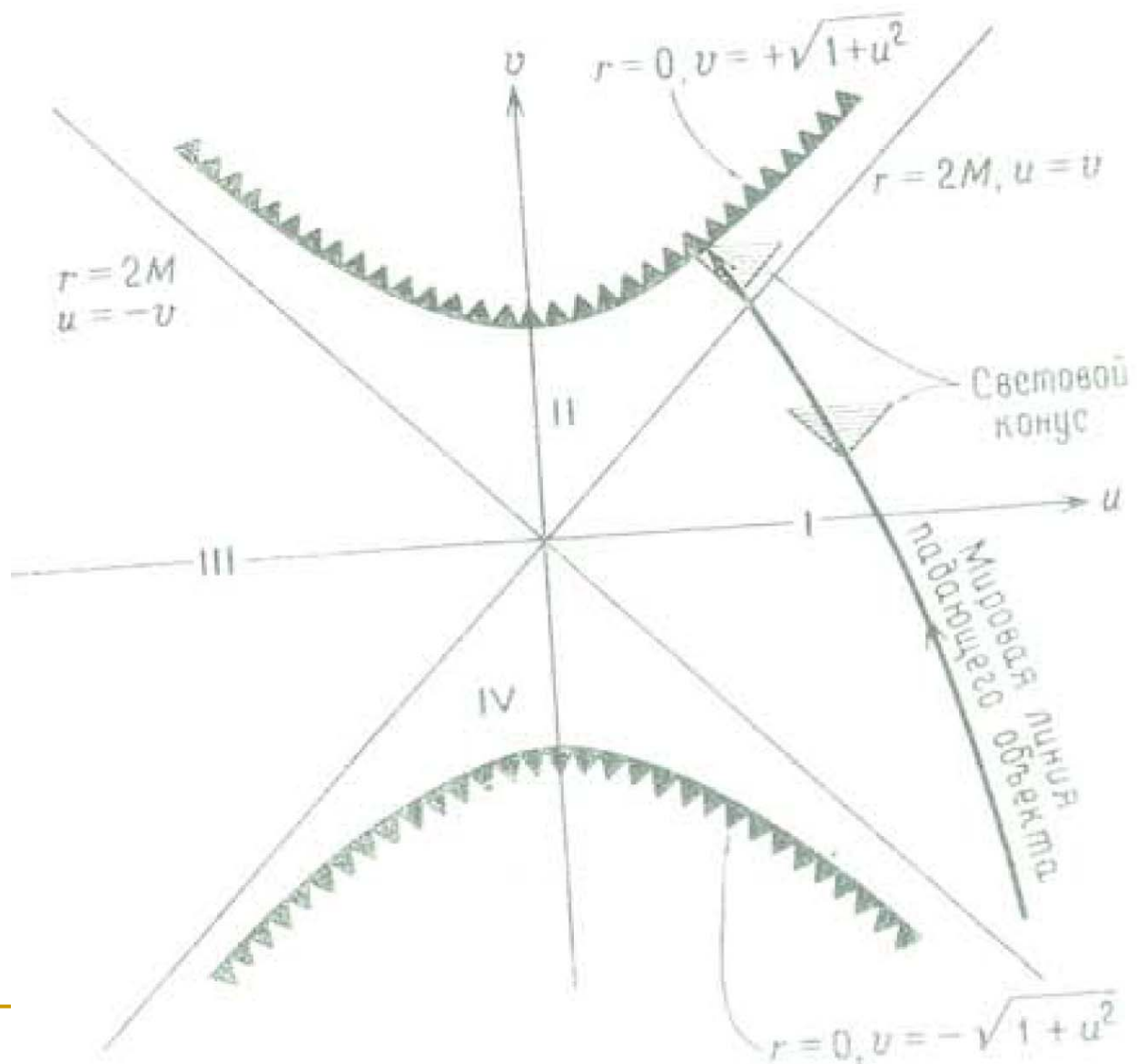
$$u = \pm \sqrt{r/r_g - 1} e^{r/2r_g} \operatorname{ch}(ct/2r_g), \\ v = \pm \sqrt{r/r_g - 1} e^{r/2r_g} \operatorname{sh}(ct/2r_g).$$

**В области**  $r \leq r_g$

$$u = \pm \sqrt{1 - r/r_g} e^{r/2r_g} \operatorname{sh}(ct/2r_g), \\ v = \pm \sqrt{1 - r/r_g} e^{r/2r_g} \operatorname{ch}(ct/2r_g).$$

Как только объект пересечет горизонт ( $r = r_g$ ), он обязательно попадает в сингулярность  $r=0$ . При  $r < r_g$  объект не может посылать сигналы во внешний мир. Наблюдатель не видит ничего существенно нового вокруг себя при пересечении горизонта.

# Диаграммы Крускала



# Термодинамика ЧД

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}$$

$$dE = TdS, E = Mc^2$$

$$S(M) = k \frac{\delta V}{(2\ell_{Pl})^3} = k \frac{4\pi r_g^2}{(2\ell_{Pl})^2} = k \frac{\pi r_g^2}{\ell_{Pl}^2} = \frac{4\pi kGM^2}{\hbar c}$$

**Bekenstein J.D. Phys.Rev. D7 (1973) 2333 :**

$$S_{bh} = (\frac{1}{2} \ln 2 / 4\pi) k c^3 \hbar^{-1} G^{-1} A = (1.46 \times 10^{48} \text{ erg } ^\circ\text{K}^{-1} \text{ cm}^{-2}) A$$

$$dE = dMc^2 \implies dS = \frac{8\pi kGM}{\hbar c} dM = \frac{dE}{T} \implies T = \frac{1}{dS/dM} = \frac{\hbar c^3}{8\pi kGM} = \frac{\hbar c}{4\pi k r_g}$$

**Хокинг, 1974**

**Оценим  $T$  черной дыры с массой Солнца:**

$$T \approx 6.1 \cdot 10^{-8} \frac{M_\odot}{M} K$$

$$\ell_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1.6 \cdot 10^{-33} \text{ см}$$

$$M_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2.18 \cdot 10^{-5} \text{ г} = 1.22 \cdot 10^{19} \text{ ГэВ}/c^2$$

$$t_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = 0.54 \cdot 10^{-43} \text{ с}$$

$$r_g(M_{Pl}) = \frac{2GM_{Pl}}{c^2} = 2\ell_{Pl} \quad \delta V = 4\pi r_g^2 \delta r, \quad \delta r = 2\ell_{Pl} \quad \text{— толщина слоя}$$

**Bekenstein получил константу**  $\frac{1}{2} \ln 2 \approx 0.35$  :  $S_{Beken}(M) = k \frac{(\ln 2) r_g^2}{2\ell_{Pl}^2}$

# Излучение ЧД

$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi kGM} = \frac{\hbar c}{4\pi kr_g} \approx 6.1 \cdot 10^{-8} \frac{M_\odot}{M} K$$

Если есть температура , то объект должен излучать энергию.

В самом деле, если учесть квантовые флуктуации вакуума, то возможно излучение ЧД: виртуальная пара частица -античастица может превратиться в сильном гравитационном поле в реальную; одна из частиц может преодолеть гравитационный барьер (уйдет на бесконечность), а другая захватывается ЧД.

# Двойная система черных дыр 3С 75

$d \sim 92 \text{ Мпк}$

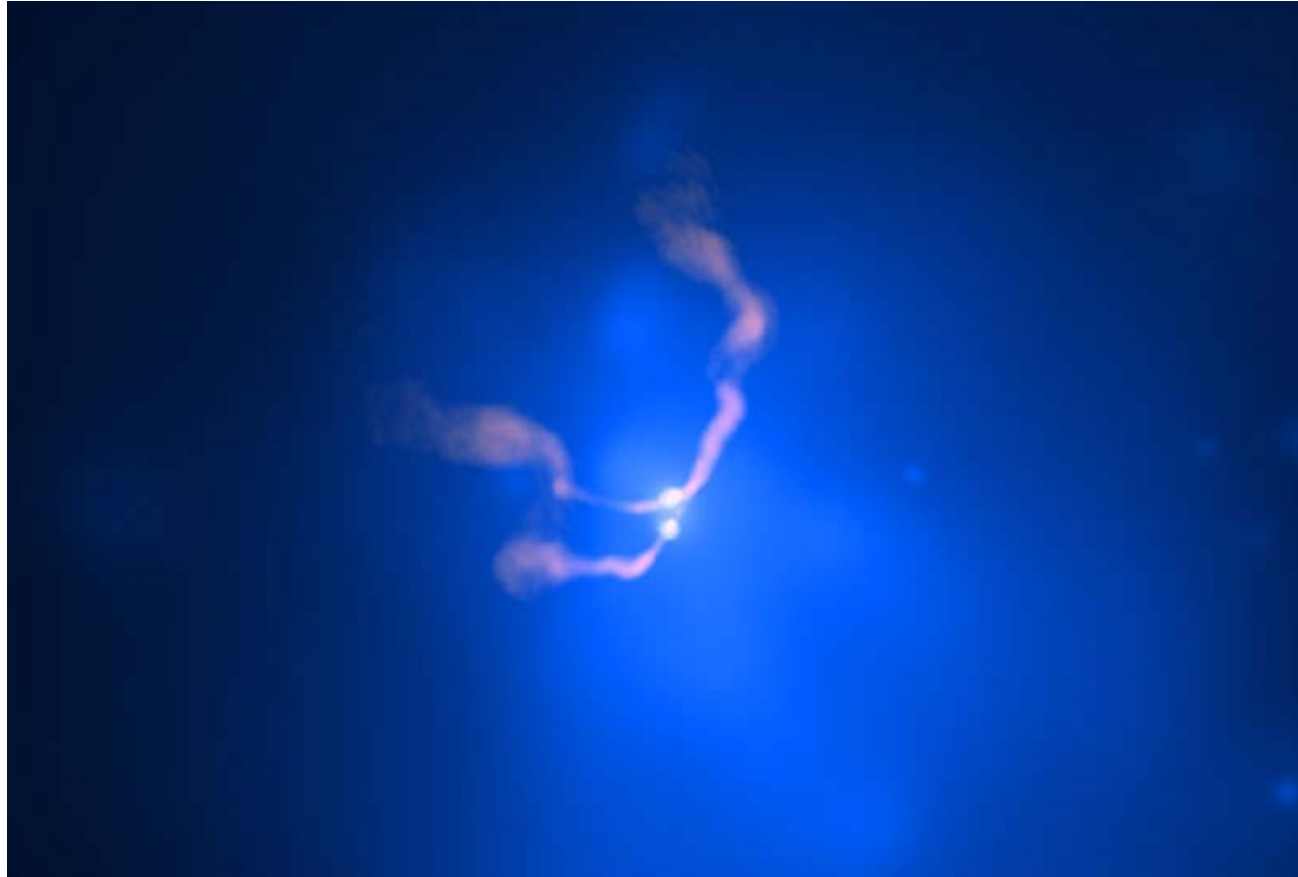


Фото: NASA

# Излучение черных дыр

Эллиптическая галактика M87,  
длина джета более 1.5 кпк

$d \sim 16 \text{ Мпк}$

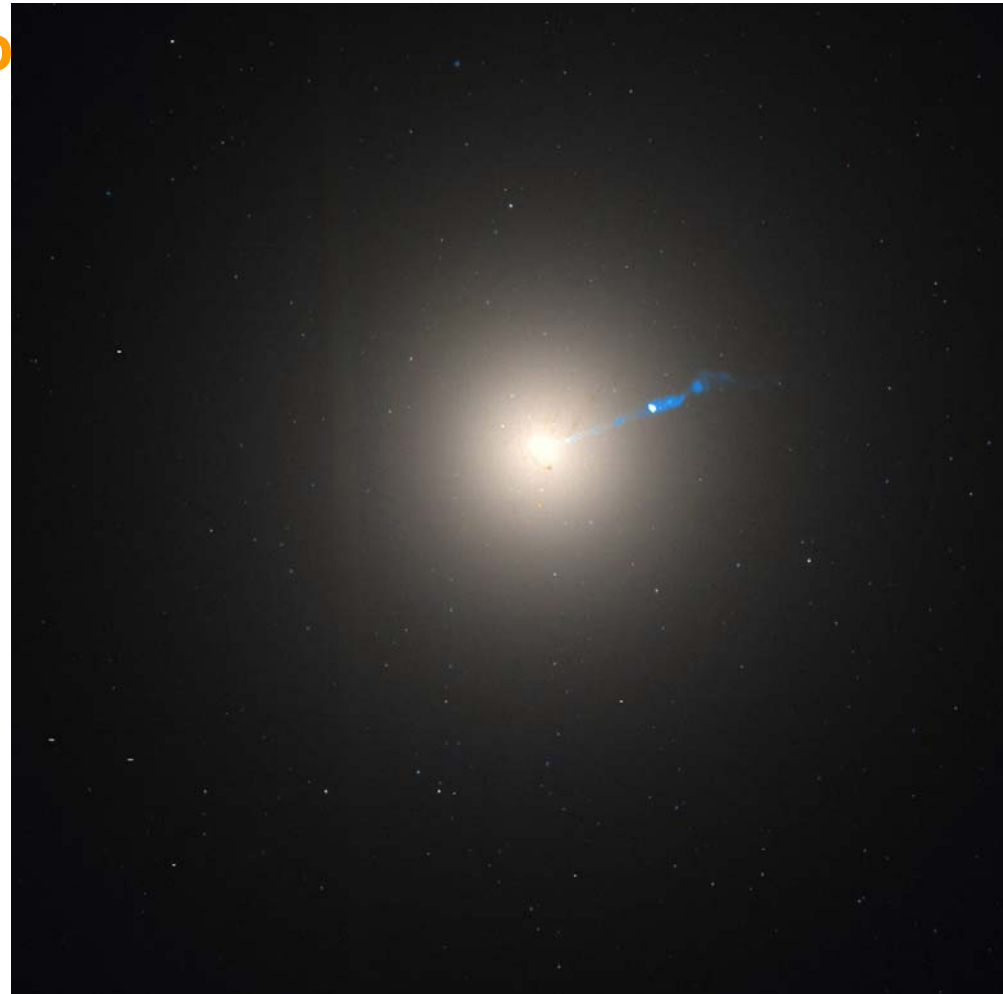


Фото: NASA

S. W. Hawking, arXiv:1401.5761v1

# Черная дыра NGC 1277

Самая массивная из известных:

$$M \sim 1.7 \cdot 10^{10} M_{\odot}, \quad d \sim 67 \text{ Мпк}$$

Фото: mcdonaldobservatory.org

созвездие Персея



## NGC 1277 и Солнечная система



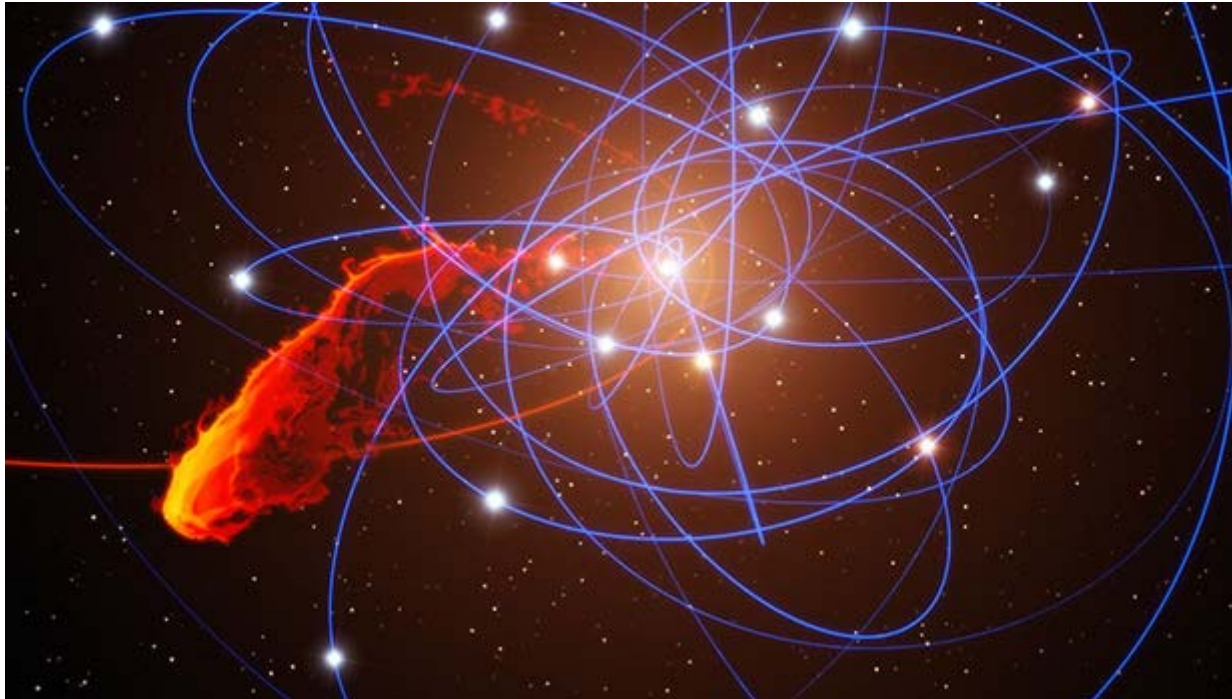


## ЧД без горизонта событий. Fire wall (брандмауер).

В.П. Фролов & Г. А. Вилковыский, 70-е

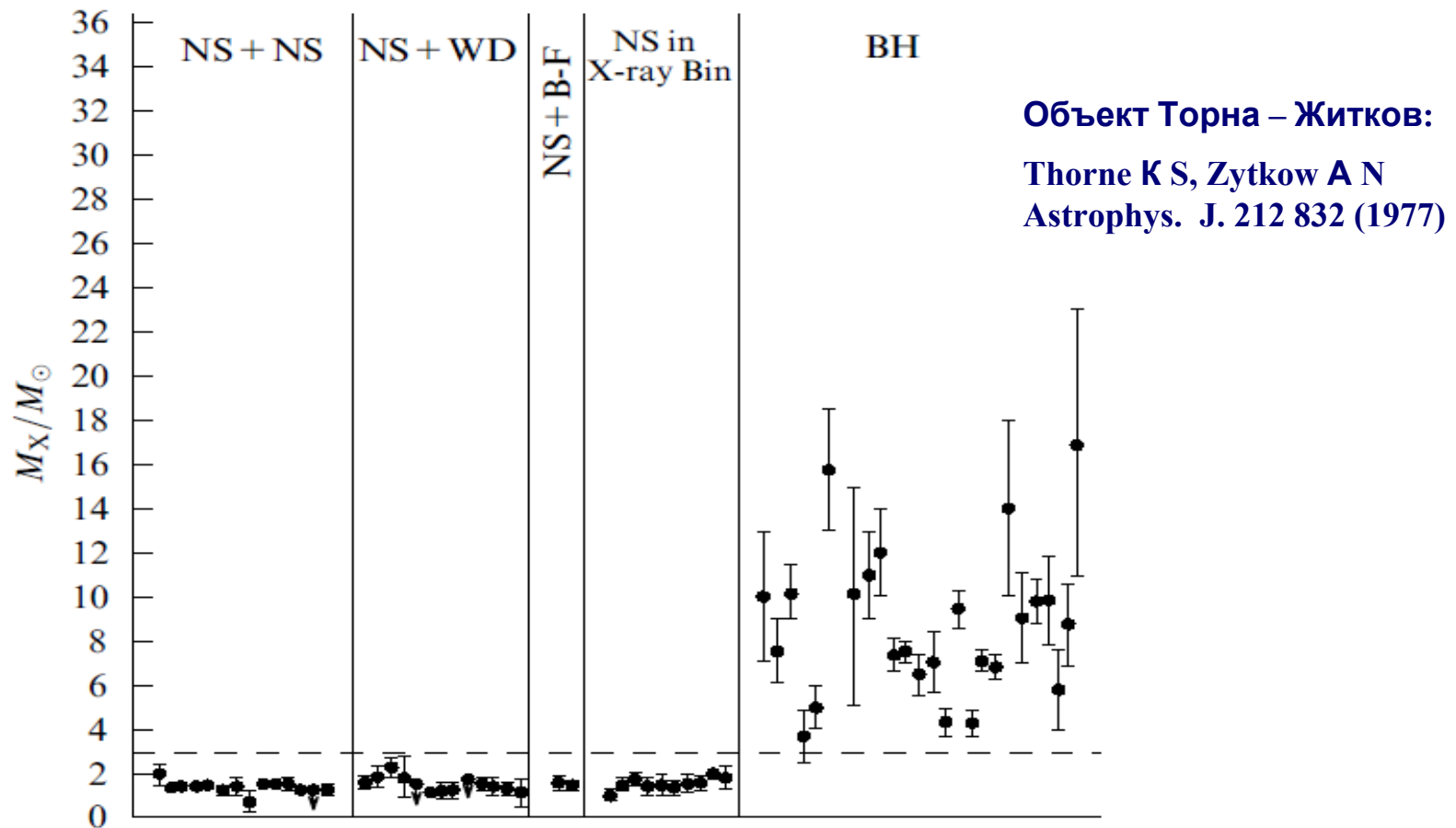
S. W. Hawking, 2013

S. W. Hawking, arXiv:1401.5761v1



Расчетная траектория движения облака G2, падающего в черную дыру в центре Млечного пути

# Черпащук А.М. УФН 186 (2016), № 9, 10001

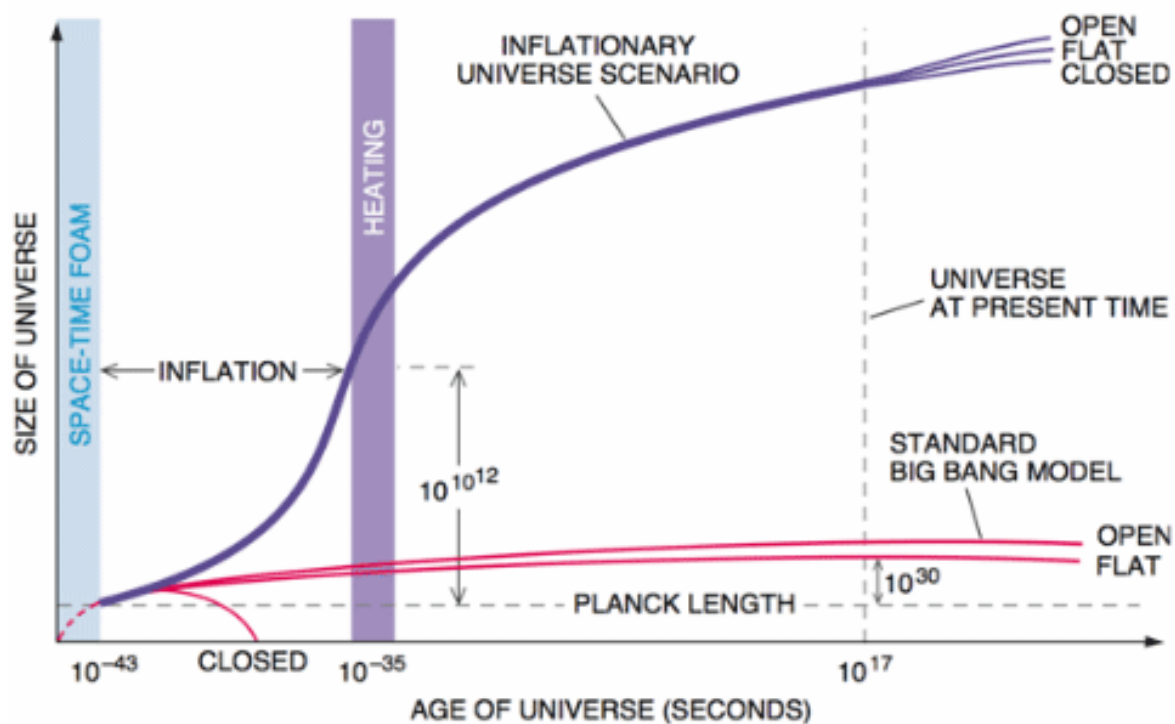


Массы нейтронных звезд (NS) и чёрных дыр (BH) в двойных системах. NS + NS - радиопульсары в двойных системах с нейтронными звездами; NS + WD - радиопульсары в двойных системах с белыми карликами; NS + B-F - радиопульсары в двойных системах с невырожденными звездами. NS - X-ray Bin - рентгеновские пульсары в двойных системах. Горизонтальная штриховая прямая отсекает значение массы в  $3M_{\odot}$  - абсолютный верхний предел массы нейтронной звезды, предсказываемый ОТО.

---

# The End

# Инфляционная Вселенная



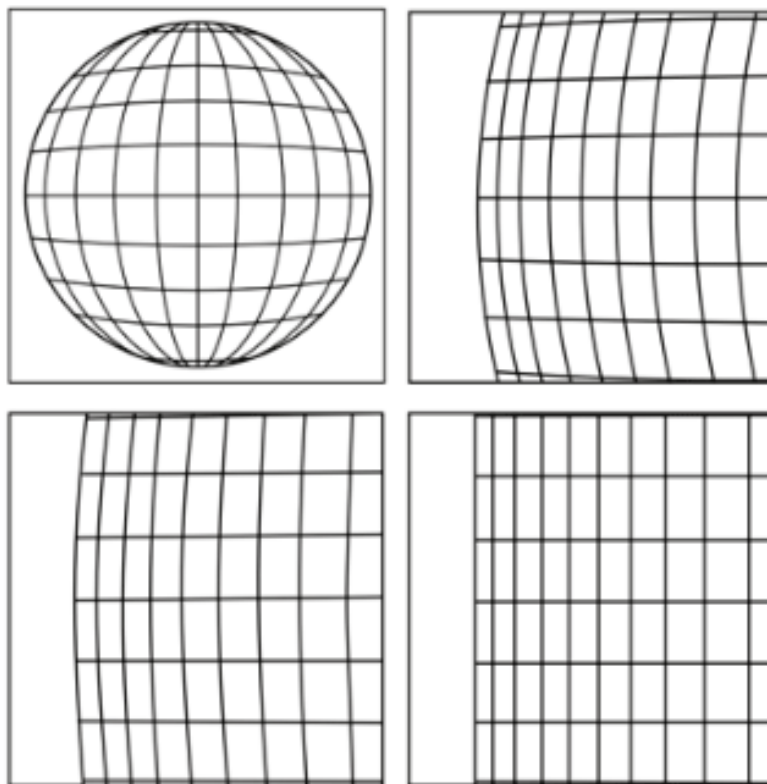
**Инфляция - это очень быстрое ускорение Вселенной вскоре после ее возникновения**

## Инфляция делает Вселенную плоской, однородной и изотропной

В простейших вариантах инфляционной теории, Вселенная раздувается в  $10^{1000000000000}$  раз во время инфляции.

$10^{10^{12}}$

Мы можем видеть только малую часть Вселенной, размером  $10^{10}$  световых лет. Поэтому она и кажется плоской, однородной и изотропной.



# Космологическое расширение

- Расстояния в данный момент пропорциональны масштабному фактору  $a(t)$
- Изменение  $a(t)$  можно связать с “постоянной” Хаббла и законом Хаббла

$$\vec{r}(t) = a(t)\vec{r}_0 \quad \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{da(t)}{dt}\vec{r}_0 = \frac{\dot{a}}{a}a(t)\vec{r}_0 = H\vec{r} \quad H = \frac{\dot{a}}{a}$$

$$\vec{V} = H\vec{r}$$

## А. Эйнштейн и $\Lambda$

$$\Delta\varphi - \lambda\varphi = 4\pi G\rho$$

уравнение Пуассона в модифицированной теории гравитации Ньютона

$$\varphi = -\frac{4\pi G}{\lambda}\rho_0 \quad \text{- решение ур. Пуассона для постоянной плотности массы}$$

Пространственно замкнутый мир с равномерно распределенной материей – сферический квазистатический мир:

$$R_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^4}(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T) \quad R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad \begin{array}{l} \text{Хриплович} \\ \text{Lightman} \end{array}$$

$$R = \frac{8\pi G}{c^4}T \quad \tau_{\mu\nu} = -\frac{\lambda c^4}{8\pi G}g_{\mu\nu}$$

Einstein

$\lambda$  - неизвестная универсальная постоянная, достаточно малая, чтобы ур. были совместимы с наблюдениями над Солнечной системой

$$\lambda = \frac{1}{R^2}, \quad R \text{ - радиус сферического мира,} \quad M = \rho 2\pi^2 R^3 \text{ - полная масса Вселенной.}$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

# Уравнения Эйнштейна

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

## Метрика Фридмана-Робертсона-Уокера

$r$  - безразмерная ( $R/a$ ),

$a(t)$  – масштабный фактор

$$ds^2 = \sum_{\mu=0,1,2,3} \sum_{\nu} g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right]$$

метрика **нестационарного мира**  
с однородным и изотропным  
3D-пространством

$$g_{00} = 1, \quad g_{rr} = -\frac{a^2(t)}{1-kr^2}, \quad g_{\theta\theta} = -a^2(t)r^2, \quad g_{\phi\phi} = -a^2(t)r^2 \sin^2\theta$$

$$1 + z = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{\lambda_{\text{rest}}} = \frac{R_0}{R(t)} = \frac{1}{a(t)}$$

$$r = \{a \sin \chi, \chi, a \operatorname{sh} \chi\} \quad dr = \{a \cos \chi d\chi, d\chi, a \operatorname{ch} \chi d\chi\}$$

$k = +1, 0, -1$

$$\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\Omega^2 = d\chi^2 + S^2(\chi) d\Omega^2$$

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) [d\chi^2 + S^2(\chi)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)]$$

$$g_{00} = 1, \quad g_{rr} = -a^2(t), \quad g_{\theta\theta} = -a^2(t)S^2(\chi), \quad g_{\phi\phi} = -a^2(t)S^2(\chi)\sin^2\theta$$

где

$$S(\chi) = \{\sin \chi, \chi, \operatorname{sh} \chi\} \quad (k = +1, 0, -1) \quad (\chi = r \text{ для } k=0)$$

Система отсчета, в которой пространство однородно и изотропно, а метрикой является метрика ФРУ, может быть только **сопутствующей** – материя не движется **относительно нее**: скорость движения материи нарушает изотропность пространства.



## Convention

### metric

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu, \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, 3 \quad \text{signature } (+, -, -, -)$$

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu(x^\mu) : \quad B_{\nu\lambda}^{\prime\mu}(x') = \frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\sigma} \frac{\partial x^\tau}{\partial x'^\nu} \frac{\partial x^\rho}{\partial x'^\lambda} B_{\tau\rho}^\sigma(x),$$

### Christoffel symbols:

$$\tilde{A}^\mu(\tilde{x}) = A^\mu(x) - \Gamma_{\nu\lambda}^\mu(x) A^\nu(x) dx^\lambda$$

$$A^\mu(\tilde{x}) - \tilde{A}^\mu(\tilde{x}) = \nabla_\nu A^\mu \cdot dx^\nu \quad \Gamma_{\nu\lambda}^\mu = \frac{1}{2} g^{\mu\rho} (\partial_\nu g_{\rho\lambda} + \partial_\lambda g_{\rho\nu} - \partial_\rho g_{\nu\lambda}).$$

### Riemann tensor

$$\nabla_\mu \nabla_\nu A^\lambda - \nabla_\nu \nabla_\mu A^\lambda = A^\sigma R_{\sigma\mu\nu}^\lambda, \quad R_{\nu\lambda\rho}^\mu = \partial_\lambda \Gamma_{\nu\rho}^\mu - \partial_\rho \Gamma_{\nu\lambda}^\mu + \Gamma_{\sigma\lambda}^\mu \Gamma_{\nu\rho}^\sigma - \Gamma_{\sigma\rho}^\mu \Gamma_{\nu\lambda}^\sigma.$$

### Ricci tensor and scalar

$$R_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\lambda\nu}^\lambda, \quad R \equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = R^{\lambda\mu}_{\lambda\mu}$$

## Обозначения

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2} g^{im} \left( \frac{\partial g_{mk}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{ml}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^m} \right)$$

$$R_{klm}^i = \frac{\partial \Gamma_{km}^i}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma_{kl}^i}{\partial x^m} + \Gamma_{nl}^i \Gamma_{km}^n - \Gamma_{nm}^l \Gamma_{kl}^n \sim \left( \frac{\partial^2 g_{ik}}{\partial x^l \partial x^m}, \frac{\partial g_{pk}}{\partial x^i} \frac{\partial g_{ml}}{\partial x^p} \right) \quad \text{- тензор Римана-Кристоффеля (кривизны)}$$

$$R_{\mu\nu} = g^{\alpha\beta} R_{\mu\nu\alpha\beta} \quad \text{- тензор Риччи (свертка тензора кривизны)}$$

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^k}{\partial x^k} - \frac{\partial \Gamma_{\mu k}^k}{\partial x^\nu} + \Gamma_{\mu\nu}^k \Gamma_{km}^m - \Gamma_{\mu k}^m \Gamma_{\nu m}^k$$

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \quad \text{- скалярная кривизна (инвариант)}$$

$$\ddot{X}^\alpha + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \dot{X}^\beta \dot{X}^\gamma = 0$$

## Для чего Эйнштейну понадобилась $\Lambda$ ?

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

в отличие от первых двух слагаемых, добавка с  $\Lambda$  не исчезает даже в случае плоского пространства !

Без  $\Lambda$ :  $\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{kc^2}{a^2}; \quad \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P/c^2).$

Статическое решение  $\dot{a} = 0$  возможно при

$$\rho = \frac{3kc^2}{8\pi Ga^2} \quad \text{и} \quad P = -\frac{1}{3}\rho c^2.$$

Но этим условиям не удовлетворяет обычная материя, для которой  $\rho > 0, P > 0$

Т. е. статических решений уравнений Эйнштейна без  $\Lambda$  нет.

На самом деле это понятно и без подробностей: монополия гравитации приводит к неустойчивости относительно сгущения материи – кластеризации.

# Космология Фридмана-Леметра (1)

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (\kappa = +1, 0, -1)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P/c^2) + \frac{\Lambda c^2}{3};$$

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G} \quad \rho \rightarrow \rho + \rho_\Lambda \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}\dot{a}^2 - \frac{4\pi G\rho a^2}{3} = -\frac{kc^2}{2} \quad (1)$$

## Уравнения Фридмана:

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G a}{3}(\rho + 3P/c^2) \quad (2)$$

(здесь  $\rho$  имеет смысл плотности массы, гсм<sup>-3</sup>)

ур. 3 - комбинация (1) и (2);

$$\dot{\rho} = -\frac{3\dot{a}}{a}(\rho + P/c^2) \quad (3)$$

из  $dU + PdV = 0, U = \rho c^2 V, V(t) \sim a^3(t) \Rightarrow (3) !$

## Космология Фридмана-Леметра (2)

(а здесь  $\rho$  имеет смысл плотности энергии, эргсм<sup>-3</sup> и  $c=1$ )

$$k/a^2 = 8\pi G\rho/3 - (\dot{a}/a)^2, \quad k/(Ha)^2 = 8\pi G\rho/3H^2 - 1 = \rho/\rho_c - 1$$

где  $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$  - критическая плотность:  $k=0, \Lambda=0 \Rightarrow \rho = \rho_c$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P) \quad q(t) = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} = -\frac{\ddot{a}}{a^2 H^2} \quad \text{параметр замедления}$$

$$\dot{\rho} = -\frac{3\dot{a}}{a}(\rho + P) \quad q(t) > 0 (\ddot{a} < 0) \quad \text{замедление}$$

$$P_i = w\rho_i \quad (i = r, m, \Lambda) \quad \Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}$$

$$q_0 = \frac{1}{2} \sum_i \Omega_i (1 + 3w_i) \rightarrow q_0 = \frac{1}{2} \Omega_m + \Omega_r + \frac{1 + 3w_\Lambda}{2} \Omega_\Lambda, \quad q_0 \cong \frac{1}{2} \Omega_m - \Omega_\Lambda$$

$w_m = 0, w_r = 1/3, w_\Lambda = -1$

# Параметр замедления (ускорения)

$$1 + z = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{\lambda_{\text{rest}}} = \frac{R_0}{R(t)} = \frac{1}{a(t)}, \quad z = \frac{\lambda_0 - \lambda(t)}{\lambda(t)} = \frac{a_0}{a(t)} - 1 \quad \text{- красное смещение}$$

$$H^2(z) = H_0^2 [\Omega_r (1+z)^4 + \Omega_m (1+z)^3 + \Omega_\Lambda] \quad q(z) = -(\ddot{a}/a) H^2(z) = \frac{(1+z)}{H} \frac{dH}{dz} - 1;$$

**В эпоху доминирования нерелятив. вещества над излучением ( $z < 4500$ )**

$$\Omega_r (1+z) \ll \Omega_m, \quad \Omega_r = 4.8 \cdot 10^{-5}$$

$$q(z) = \frac{\Omega_m (1+z)^3 / 2 - \Omega_\Lambda}{\Omega_m (1+z)^3 + \Omega_\Lambda}$$

**Эпоха смены режима расширения: баланс гравитационного притяжения и отталкивания (антигравитационного)**

$$q(z_\Lambda) = 0 \Rightarrow z_\Lambda = (2\Omega_\Lambda / \Omega_m)^{1/3} - 1$$

$$\text{(PDG)} \quad z_\Lambda \cong 0.78 \quad \leftarrow z_\Lambda \cong 0.73 \quad \text{(по данным SNP)}$$

**В наше время ( $z=0$ )**

$$q_0 \equiv q(z=0) = - \left. \frac{\ddot{a}}{\dot{a}^2} \right|_{z=0} = -(\ddot{a}/a) \Big|_{z=0} H_0^2$$

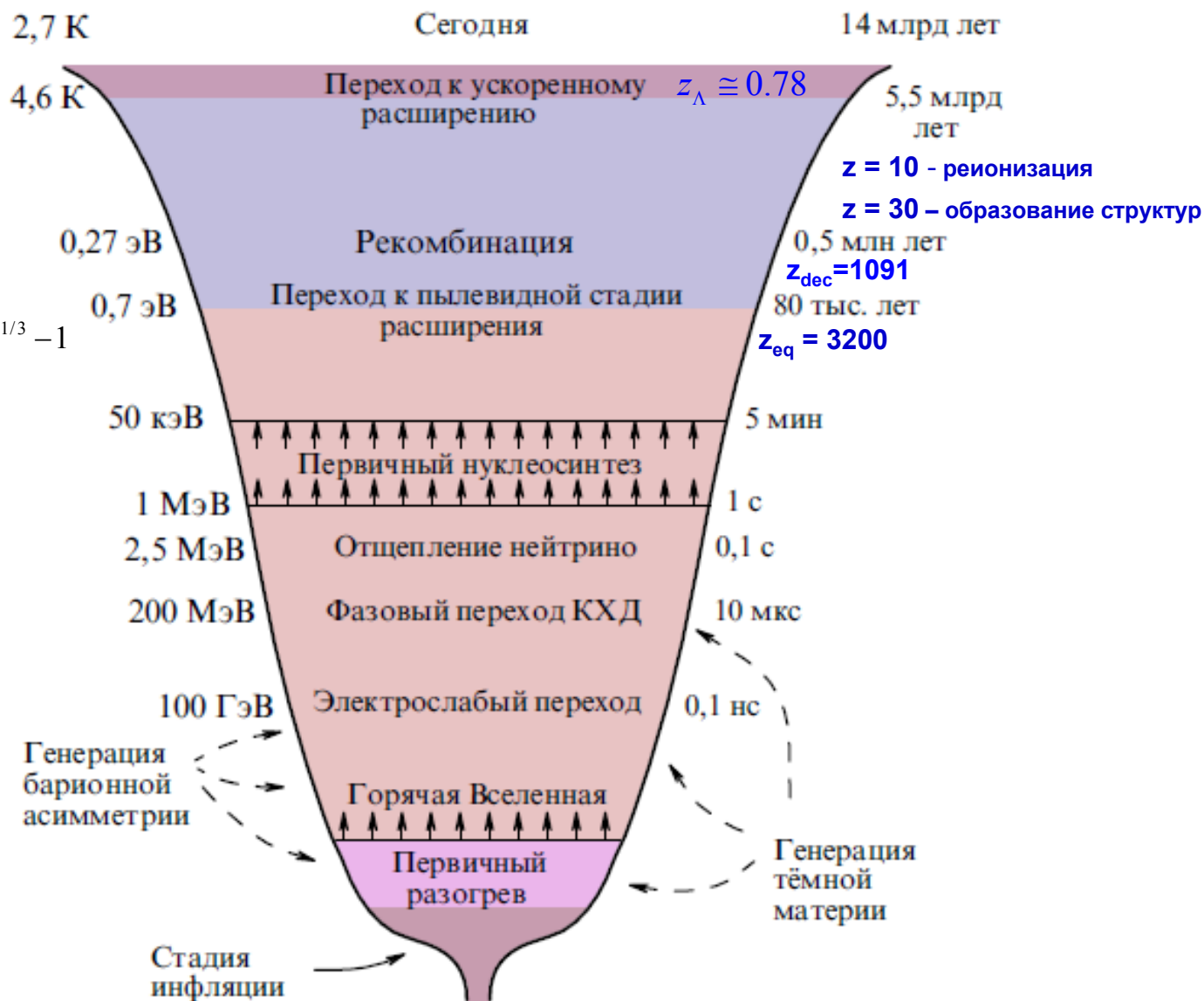
$$q_0 = \frac{1}{2} \sum_i \Omega_i (1+3w_i) \rightarrow q_0 \cong \frac{1}{2} \Omega_m - \Omega_\Lambda < 0 \quad ?$$

## Основные этапы эволюции нашей Вселенной

А.М. Черепашук, УФН,  
Т.183, № 5 (2013)

$$1 + z = \frac{a_0}{a(t)}$$

$$q(z_\Lambda) = 0 \Rightarrow z_\Lambda = (2\Omega_\Lambda / \Omega_m)^{1/3} - 1$$



# Хронология зарегистрированных посланий

- Разбегание галактик – закон Хаббла, 1929
- Регистрация реликтового излучения, 1965
- Анизотропия РИ (СМВ) (Реликт, COBE), 1992
- Ускоренное расширение Вселенной, 1998

Разбегание галактик было открыто в 20-е годы несколькими астрономами - Vesto Slipher, Carl Wirtz, Knut Lundmark, Georges Lemaître и Edwin Hubble. В последнее время появились публикации о том, что аббат **Леметр** опередил **Хаббла** в открытии закона Хаббла: статья Леметра была опубликована в 1927 г. - за два года до публикации Хаббла.

Темп расширения зависит от материального состава Вселенной – если в составе только вещество (нерелятивистское), то расширение Вселенной должно прекратиться из-за гравитационных сил притяжения.



# Фотометрическое расстояние

$$\frac{a_0}{a(t)} = 1 + z \quad d_L(z) = c(1+z) \int_0^z \frac{dz'}{H(z')},$$

$$d_L(z) \approx \frac{cz}{H_0} \left[ 1 + \frac{1}{2}(1 - q_0)z + \dots \right]$$

$$\phi = \frac{L}{4\pi d_L^2} \cong \frac{LH_0^2}{4\pi c^2 z^2} [1 + (q_0 - 1)z]$$

$$d_A = \frac{d_L}{(1+z)^2} \quad \text{угломерное расстояние}$$

**В линейном приближении ( $z \ll 1$ ) - закон Хаббла:**

$$d_L(z) \approx \frac{cz}{H_0} \quad \rightarrow \quad v \approx cz = H_0 \cdot d_L$$

$$d_L(z; H_0, \Omega_M, \Omega_\Lambda) = \frac{1+z}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_M (1+z')^3 + \Omega_\Lambda}}$$

# "Лестница" расстояний

## 1. Угловой размер звезды

$$L = 4\pi R_{phs}^2 \sigma T^4 \quad \phi = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$R_{phs} = \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma T^4}}, \quad \rightarrow \quad \Delta\theta = \frac{2R_{phs}}{d} = 2\sqrt{\frac{\phi}{\sigma T^4}},$$

## 2. Годичный параллакс - видимое смещение звезды, вызванное обращением Земли

Спутник Hipparcos(1989-1993) - расстояния до **200 пк**, с точностью ~ 10%

(HIPPARCOS – High-Precision PARallax COLlecting Satellite)

Расстояние  $d$ , отвечающее смещению  $\Delta\theta = 1 \text{ AU} / d$  в одну дуговую секунду за полгода, называется парсеком (пк):  $1'' = \pi / (180 \cdot 3600) = 4.85 \cdot 10^{-6}$ ,  $1 \text{ AU} = 1.496 \cdot 10^8 \text{ км}$

**$1 \text{ ПК} = 1 \text{ AU} / 1'' = 206265 \text{ AU} = 3.086 \cdot 10^{18} \text{ см} = 3.26 \text{ св. года}$**

## 3. Стандартные свечи:

- ✓ переменные звезды с известной светимостью (**цефеиды**) – до **50 Мпк**;
- ✓ **сверхновые SN Ia** - до  $z = 1.7$  (несколько **Гпк**)

# Звездные величины

- Возрастанию  $z$  в. на 5 единиц отвечает уменьшение яркости в 100 раз. Отсюда найдем основание  $x$  логарифма отношения потоков (или освещенностей):

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = x^{m_2 - m_1} = 100, \quad 5 = m_2 - m_1 = \log_x 100 = 2 \log_x 10$$

$$x^5 = 100, \quad 5 \lg x = 2, \quad x = 10^{0.4} = 2.511886 \cong 2.512.$$

$$m_2 - m_1 = -\lg x \lg(\phi_2 / \phi_1) = -0.4 \lg(\phi_2 / \phi_1)$$

формула Погсона

Что близко к “естественному” числу 2.5.

Итак, звездные величины (з.в.) образуют убывающую последовательность ..., -2<sup>m</sup>, -1<sup>m</sup>, 0<sup>m</sup>, 1<sup>m</sup>, 2<sup>m</sup>, ..., в которой соседние яркости различаются в 2.512 раза (отрицательные  $m$  отвечают большей яркости):

**Абсолютная звездная величина** ( $m_1 = M, m_2 = m$ )

$$M = m - 5 \lg \frac{r}{10 \text{ пк}} + A$$

Болометрическая з.в.  $M_{bol} = 4.76 - 2.5 \lg \frac{L}{L_{\odot}}$

**Солнце:**

$$m_s = -26.8^m, \quad 1 \text{ AU} = 1 / 206\,265 \text{ пк};$$

$$M_s = -26.8^m + 5(1 + \lg 206\,265) = 4.76^m.$$

Наша Галактика  $M_{vis} = -20.3^m$

Сириус:  $m = -1.44^m, r = 2.64 \text{ пк}; M_{vis} = 1.45^m$

Сверхновая Ia  $M_{SN Ia} = -19^m$

Крупная галактика  $M_{Galaxy} = -22^m$

**Яркие голубые гиганты**  $M = -10$

$M = 16$  – тусклые коричневые карлики.

## Звездные величины - светимость

$$\phi = 2.52 \cdot 10^{-5-0.4m} \text{ эрг см}^{-2} \text{ с}^{-1} \quad L = 4\pi d^2 \phi$$

Если известна  $M$ , можно найти светимость звезды :

$$L = L_{\odot} \times 10^{0.4(M-M_{\odot})} \quad d = 10^{1+0.2(m-M)} \text{ ПК}$$

Для полосы (“цвета”) - стандартные фильтры:

$$M_C = m_C - 5 \lg \frac{r}{10 \text{ ПК}} - A_C$$

$$M_C = M_{CS} - 2.5 \lg(L / L_{\odot}), \quad C = U, B, V, R, I$$

$$L = 3.02 \cdot 10^{35-0.4M} \text{ эрг / с} \quad L = 10^{-2M/5} \times 3.02 \times 10^{35} \text{ erg s}^{-1}$$

$$\lg(L / L_{\odot}) = \lg(3.02 / 3.85)(2 - 0.4M) \rightarrow \quad M_S = 4.76, \quad M_{\text{Sirius}} = 1.45$$

наша Галактика  $M_{\text{MW}} = -20.3,$

# Метод годичного параллакса

## 1. Метод тригонометрических параллаксов.

Годичный (тригонометрический) параллакс ( $\varpi = \alpha/2$  на рисунке) – максимальный угол, под которым со звезды видна большая полуось земной орбиты, перпендикулярная направлению на звезду.

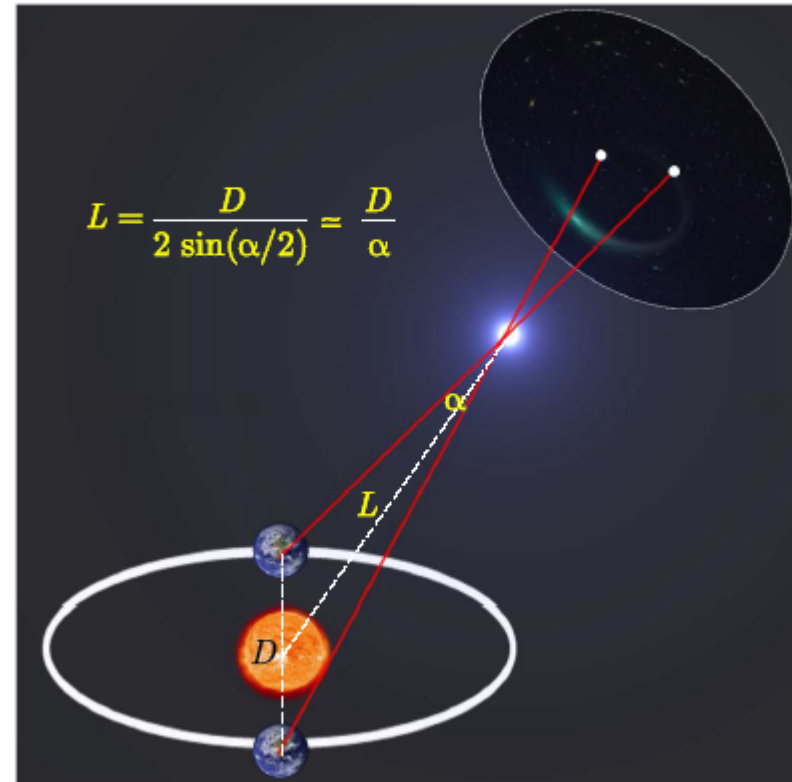
$$L = \frac{206265}{\varpi} \text{ а.е.д.},$$

$$1 \text{ а.е.д.} = 149\,597\,870.5 \text{ км.}$$

Звезда, находящаяся на расстоянии 1 пс имеет параллакс, равный  $1''$ .

$$1 \text{ пс} = 206265 \text{ а.е.д.} = 3.086 \cdot 10^{13} \text{ км,}$$

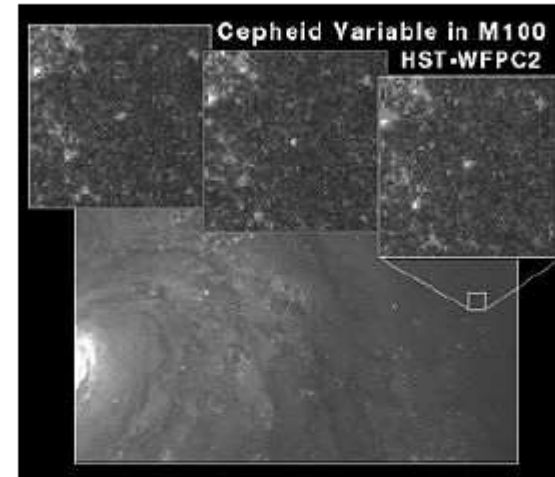
$$1 \text{ с.г.} \approx 0.307 \text{ пс} \approx 9.46 \cdot 10^{12} \text{ км.}$$



### 3. Определение расстояний по цефеидам.

Цефеиды – желтые яркие гиганты, гиганты или сверхгиганты спектральных классов **F** и **G**, блеск которых изменяется с амплитудой в  $0.5$  до  $2.0^m$  и периодом  $1 – 200$  суток. Они в  $10^3 – 10^5$  раз ярче Солнца.

Причина переменности – пульсация внешних слоев цефеид, приводящая к периодическим изменениям радиуса и температуры их фотосфер. В цикле пульсации звезда становится то больше и холоднее, то меньше и горячее. Наибольшая светимость достигается при наименьшем диаметре.



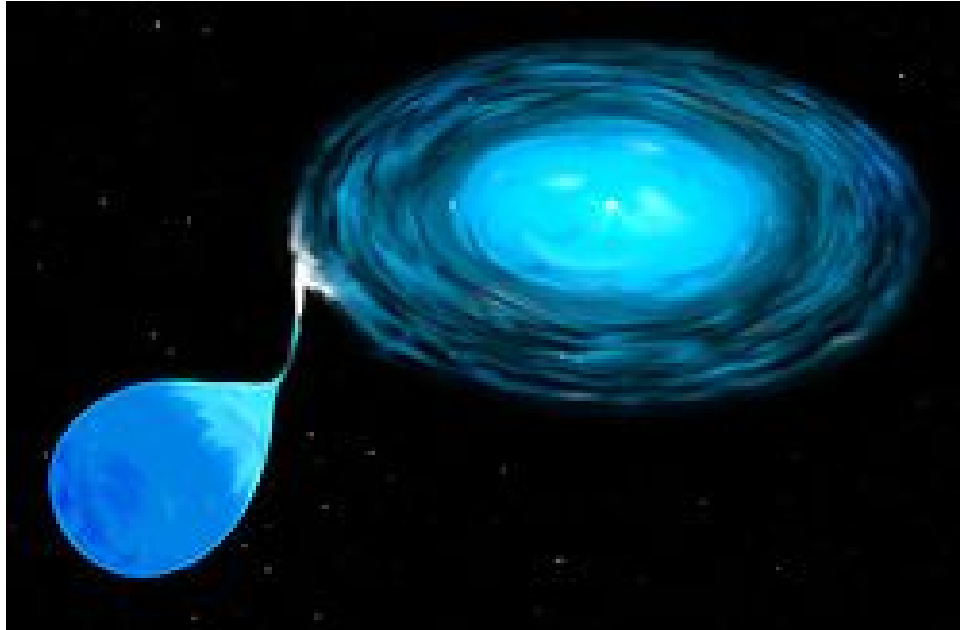
Зависимость светимости от периода классических цефеид выражается формулой

$$M_V = -2.81 \log(P) - (1.43 \pm 0.1),$$

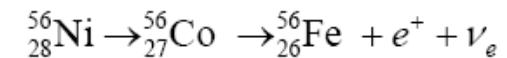
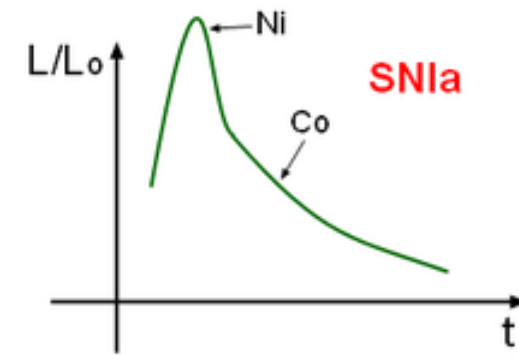
где  $M_V$  – средняя абсолютная звездная величина в желтых лучах,  $P$  – период пульсаций блеска (в сутках).

Существование этой зависимости объясняется тем, что для цефеид, как и для любых звезд одного класса, существует зависимость масса-светимость.

# Сверхновая типа Ia



Кривая светимости



Периоды полураспада:

$$\tau_{56\text{Ni}} = 6.1 \text{ суток}, \quad \tau_{56\text{Co}} = 77.1 \text{ суток}$$

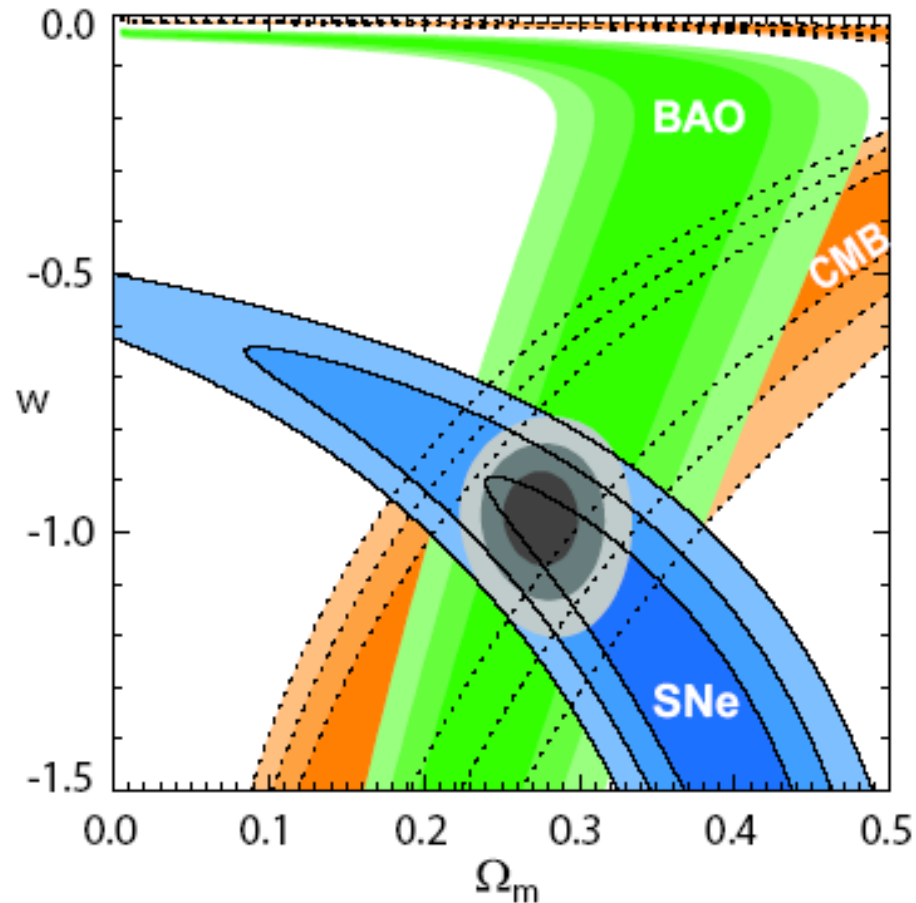
$$\text{C-O: } 0.5 < M / M_{\odot} \leq 1 \quad R_{\text{wd}} \sim 10^3 \text{ км}, \quad v_{\text{SNIa}} \sim (400 \text{ лет})^{-1}$$

$$L_{\text{SNIa}} \approx 1.4 \cdot 10^{43} \text{ эрг с}^{-1} = 10^{36} \text{ Вт}$$

$$(L_{\odot} = 3.85 \cdot 10^{26} \text{ Вт})$$

$$\Delta E_{\text{SNIa}} \approx 2 \cdot 10^{52} \text{ эрг} = 2 \cdot 10^{45} \text{ Дж}$$

# Данные по SN Ia, CMB, BAO: Космический конкорданс



Контурсы 68.3%, 95.4%, and 99.7% доверительного уровня для  $(w, \Omega_m)$  (плоская вселенная).

Ограничения из разных наблюдений:

- крупномасштабной структуры (корреляций между галактиками) - **BAO** - барионные акустические осцилляции;
- анизотропии и возмущений микроволнового фона (**CMB**);
- удаленных **сверхновых**.

М.Kowalski et al. *Astrophys. J.* 686:749 (2008)



# Барионные акустические осцилляции

D. Huterer, arXiv:1010.1162v3

- БАО – акустические колебания в эпоху рекомбинации (влияние возмущений барионной плотности на фотонную), которые повлияли на корреляции галактик (наблюдаемые в настоящую эпоху).
- Степенной спектр возмущений  $P(k)$  плотности темной материи чувствителен в основном к  $\Omega_m$ . Если взять случай евклидовой вселенной, то  $\Omega_v = 1 - \Omega_m$  и из измерений широкополосной формы спектра  $P(k)$  можно получить  $\Omega_v$  (но не уравнение состояния  $w$ ).
- Однако малые осцилляции ( $\sim 10\%$ ) дают больше информации о DE. Данные БАО определяют отношение акустического горизонта (расстояние до поверхности последнего рассеяния) к величине  $D_v$

$$D_v(z) \equiv \left[ z r^2(z) / H(z) \right]^{1/3}$$

## Резюме

- ✓ Совокупность наблюдений и измерений указывает на то, что наблюдаемая вселенная расширяется с ускорением
- ✓ Физический механизм, обеспечивающий это ускорение, **неизвестен**
- ✓ Интерпретация результатов наблюдений в рамках ОТО позволяет ввести новую гипотетическую субстанцию - темную энергию с отрицательным давлением (энергию вакуума) . Космологическая постоянная  $\Lambda$  эквивалентна такой экзотической субстанции с постоянной плотностью энергии
- ✓ Плотность темной энергии в безразмерных единицах  $\hbar = c = G = 1$  чрезвычайно мала:  $10^{-120}$  . **Объяснения этой малости нет.**

Обзор моделей DE: Yoo J, Watanabe Y, Int. J. Mod. Phys. D 21 1230002 (2012)  
см. также УФН 2013 Т.183, №12

# Sloan Digital Sky Survey (SDSS)

3D- карта

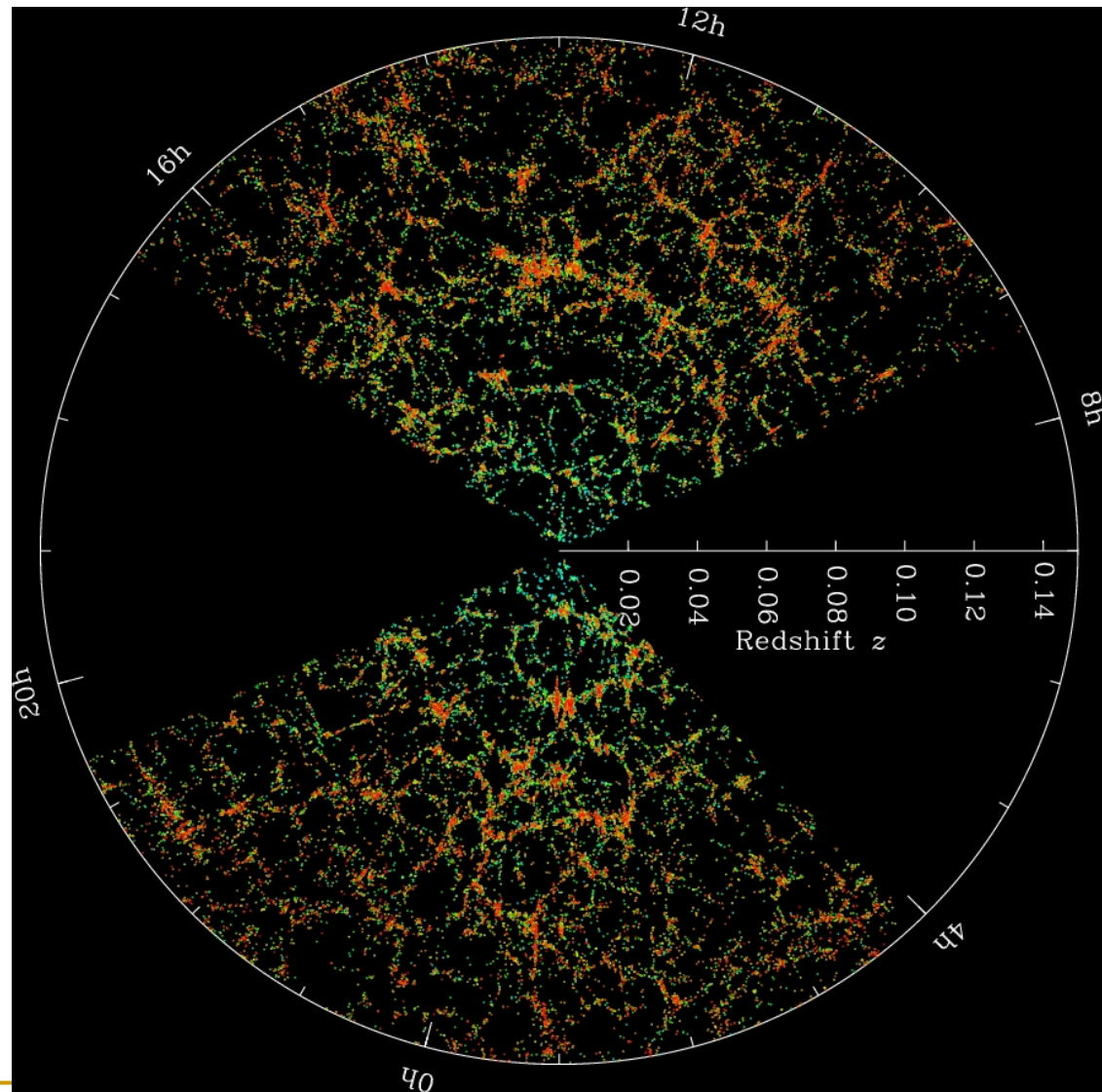
$$V \sim 4 \times 10^7 h^{-3} \text{ Mpc}^3$$

**$10^6$  галактик,  
 $10^5$  квазаров**

**SDSS подтвердил  
результат WMAP:  
звуковой горизонт  
находится сегодня на  
расстоянии  $\sim 150$  Мпк**

$d \gtrsim 100$  Мпк - масштаб однородности

>



# Фотометрическое расстояние

$$d_L(z) = c(1+z) \int_0^z \frac{dz'}{H(z')},$$

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_1} = \frac{a(t_0)}{a(t_1)} - 1$$

$$d_L(z) \approx \frac{cz}{H_0} \left[ 1 + \frac{1}{2} (1 - q_0) z + \dots \right] \quad \frac{(1+z)dz}{H(z)} \quad - \text{ время эволюции от } z+dz \text{ до } z$$

$$d_L = (L/4\pi l)^{1/2}$$

$$H^2(z) = H_0^2 [\Omega_r (1+z)^4 + \Omega_m (1+z)^3 + \Omega_\Lambda X(z)]$$

$$X(z) = \exp \left\{ 3 \int_0^z \frac{[1 + w_X(z')]}{(1+z')} dz' \right\}, \quad w_X(z) = P_X(z) / \rho(z)$$

$$d_L(z; H_0, \Omega_M, \Omega_\Lambda) = \frac{1+z}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_M (1+z')^3 + \Omega_\Lambda}}$$

# Результаты WMAP

данные устарели !

$$\Omega_b = \frac{\rho_b}{\rho_c} = 0.044 \quad \Omega_m = 0.26$$

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = (1 \pm 0.1) \cdot 10^{-29} \text{ гсм}^{-3}$$

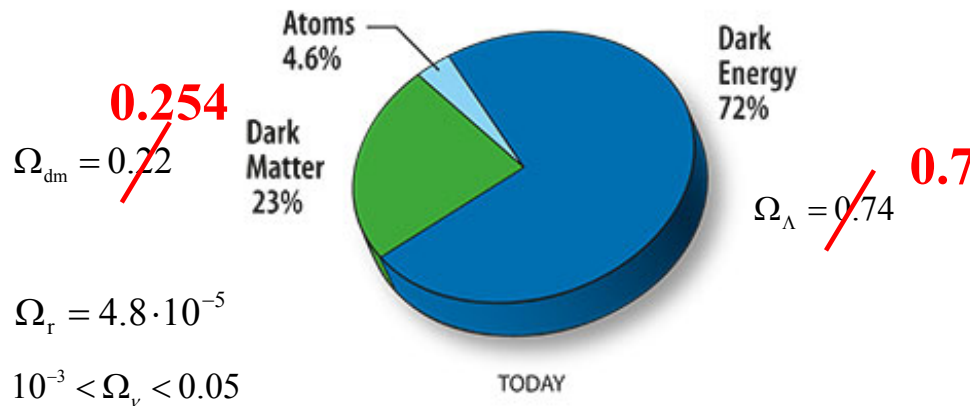
$$H_0 = 72 \pm 0.4 \text{ кмс}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$$

$$\Omega = \frac{\rho_0}{\rho_c} = 1.015 \pm 0.020$$

$$t_0 = (13.75 \pm 0.13) \cdot 10^9 \text{ лет}$$

$$w = -0.98 \pm 0.05$$

WMAP7+BAO+H<sub>0</sub>



$$\Omega_r = 4.8 \cdot 10^{-5}$$

$$10^{-3} < \Omega_\nu < 0.05$$

Вселенная состоит из

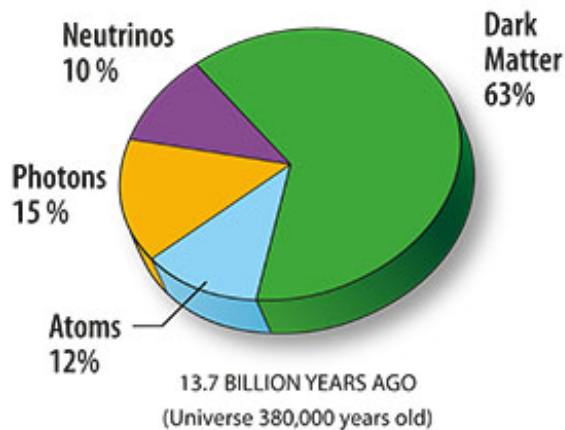
**4.8% атомов** (барионов и электронов) - светящаяся материя) - строительные блоки звезд планеты и вещества МЗС.

**25.4% темной материи** - не излучает и не поглощает фотоны, участвует только в гравитационном взаимодействии.

**70% темной энергии** - действует как антигравитация, отвечает за ускоренное расширение вселенной в настоящее время (и близкое к нему)

Точность данных WMAP - два знака, и сумма не равна в точности 100%.

Credit: NASA / WMAP Science Team



# Planck Mission

Planck – третье поколение космических аппаратов NASA для изучения реликтового излучения (1-Cosmic Background Explorer (COBE), 2-Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP)). It is also the third Medium-Sized Mission (M3) of European Space Agency's (ESA's) Horizon 2000 Scientific Program.

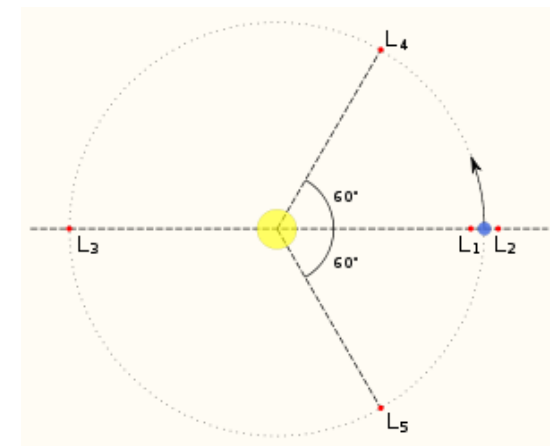
Основная цель полета “Планка” – измерение СМВ-анизотропии на угловом масштабе больше 10 дуговых минут с точностью  $2 \cdot 10^{-6}$ . Оборудование состоит из 1.5-метрового телескопа с двумя фокальными плоскостями, на которых размещены детекторы. Низкие частоты охватываются 56-ю радиоприемниками, чувствительными к полосе 30-100 ГГц, а высокие частоты – 56-ю болометрами, чувствительными к полосе 100-850 ГГц. За 6 месяцев аппарат достигнет лагранжевой точки L2, откуда будет сканировать небо следующие полгода.

Угловое разрешение Planck 5',

$$l \sim 2160$$



Расположение точек Лагранжа

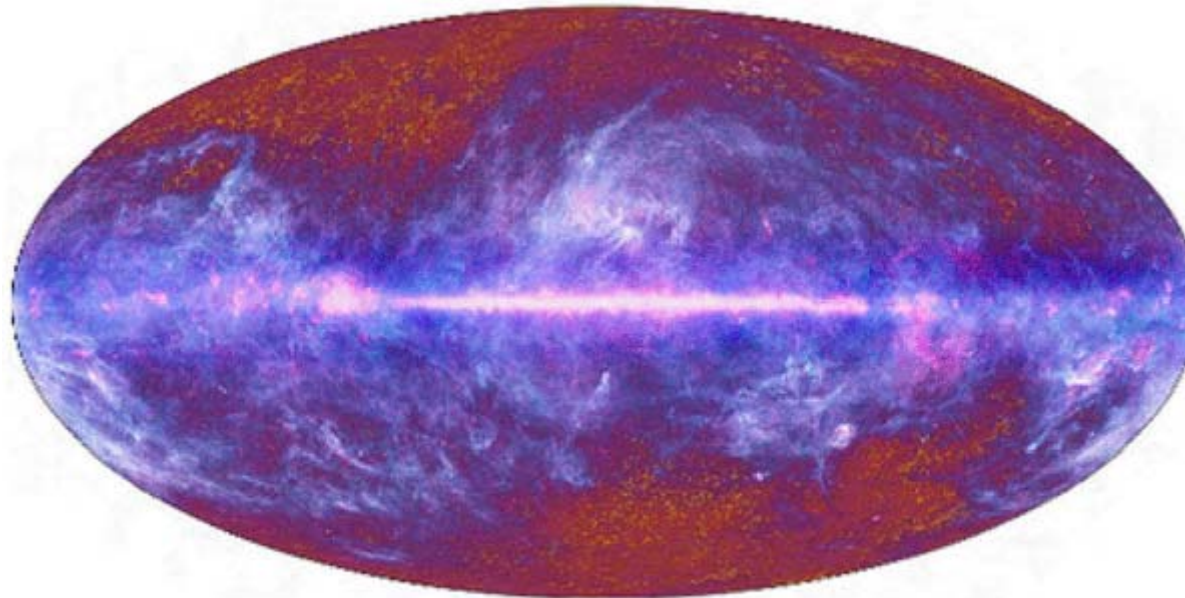


## Данные космического аппарата Planck за 15 мес. работы

Вселенная состоит из 4,8 % обычного вещества (4,6% по данным WMAP ), 25,4% (22,7%) темной материи и 70% (73%) темной энергии.

4.8% - светящаяся материя  
25.4% - DM  
70% - DE

$$H_0 = (68 \pm ?) \text{ кмс}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$$



Новое значение  $H_0 = 68$  км/с/Мпк означает, что с момента Большого Взрыва прошло 13,80 млрд лет (плюс-минус несколько десятков миллионов)

«Планк» : не больше трех типов нейтрино с суммарной массой менее 1 эВ.  
[www.cosmos.esa.int/web/planck/](http://www.cosmos.esa.int/web/planck/)



# Planck 2013 results, 1303.5062v1

[www.cosmos.esa.int/web/planck/](http://www.cosmos.esa.int/web/planck/)

Table 9. Cosmological parameter values for the Planck-only best-fit 6-parameter CDM model (Planck temperature data plus lensing) and for the Planck best-fit cosmology including external data sets (Planck temperature data, lensing, WMAP polarization [WP] at low multipoles, high- $l$  experiments, and BAO, labelled [Planck+WP+highL+BAO] in Planck Collaboration XVI (2013)). Definitions and units for all parameters can be found in Planck Collaboration XVI (2013).

Parameter	<i>Planck</i> (CMB+lensing)		<i>Planck</i> +WP+highL+BAO	
	Best fit	68 % limits	Best fit	68 % limits
$\Omega_b h^2$ . . . . .	0.022242	$0.02217 \pm 0.00033$	0.022161	$0.02214 \pm 0.00024$
$\Omega_c h^2$ . . . . .	0.11805	$0.1186 \pm 0.0031$	0.11889	$0.1187 \pm 0.0017$
$100\theta_{MC}$ . . . . .	1.04150	$1.04141 \pm 0.00067$	1.04148	$1.04147 \pm 0.00056$
$\tau$ . . . . .	0.0949	$0.089 \pm 0.032$	0.0952	$0.092 \pm 0.013$
$n_s$ . . . . .	0.9675	$0.9635 \pm 0.0094$	0.9611	$0.9608 \pm 0.0054$
$\ln(10^{10} A_s)$ . . . . .	3.098	$3.085 \pm 0.057$	3.0973	$3.091 \pm 0.025$
$\Omega_\Lambda$ . . . . .	0.6964	$0.693 \pm 0.019$	0.6914	$0.692 \pm 0.010$
$\sigma_8$ . . . . .	0.8285	$0.823 \pm 0.018$	0.8288	$0.826 \pm 0.012$
$z_{re}$ . . . . .	11.45	$10.8^{+3.1}_{-2.5}$	11.52	$11.3 \pm 1.1$
$H_0$ . . . . .	68.14	$67.9 \pm 1.5$	67.77	$67.80 \pm 0.77$
Age/Gyr . . . . .	13.784	$13.796 \pm 0.058$	13.7965	$13.798 \pm 0.037$
$100\theta_*$ . . . . .	1.04164	$1.04156 \pm 0.00066$	1.04163	$1.04162 \pm 0.00056$
$r_{drag}$ . . . . .	147.74	$147.70 \pm 0.63$	147.611	$147.68 \pm 0.45$
$r_{drag}/D_V(0.57)$ . . . . .	0.07207	$0.0719 \pm 0.0011$		

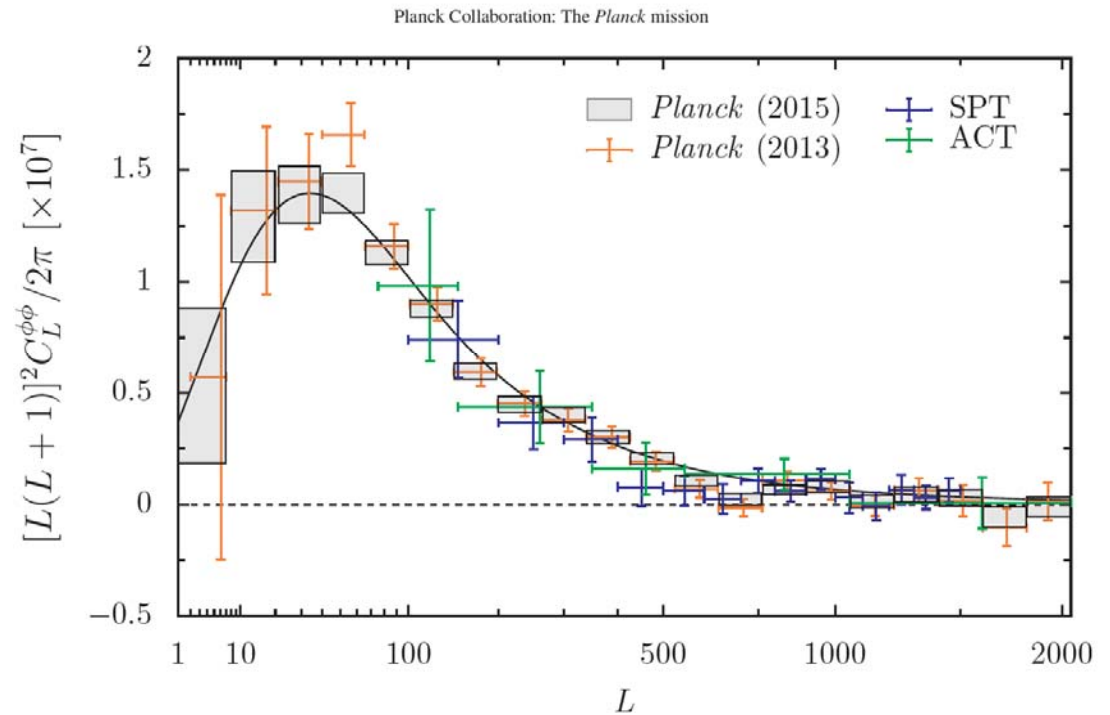


# Planck 2015 results, 1502.01582v1

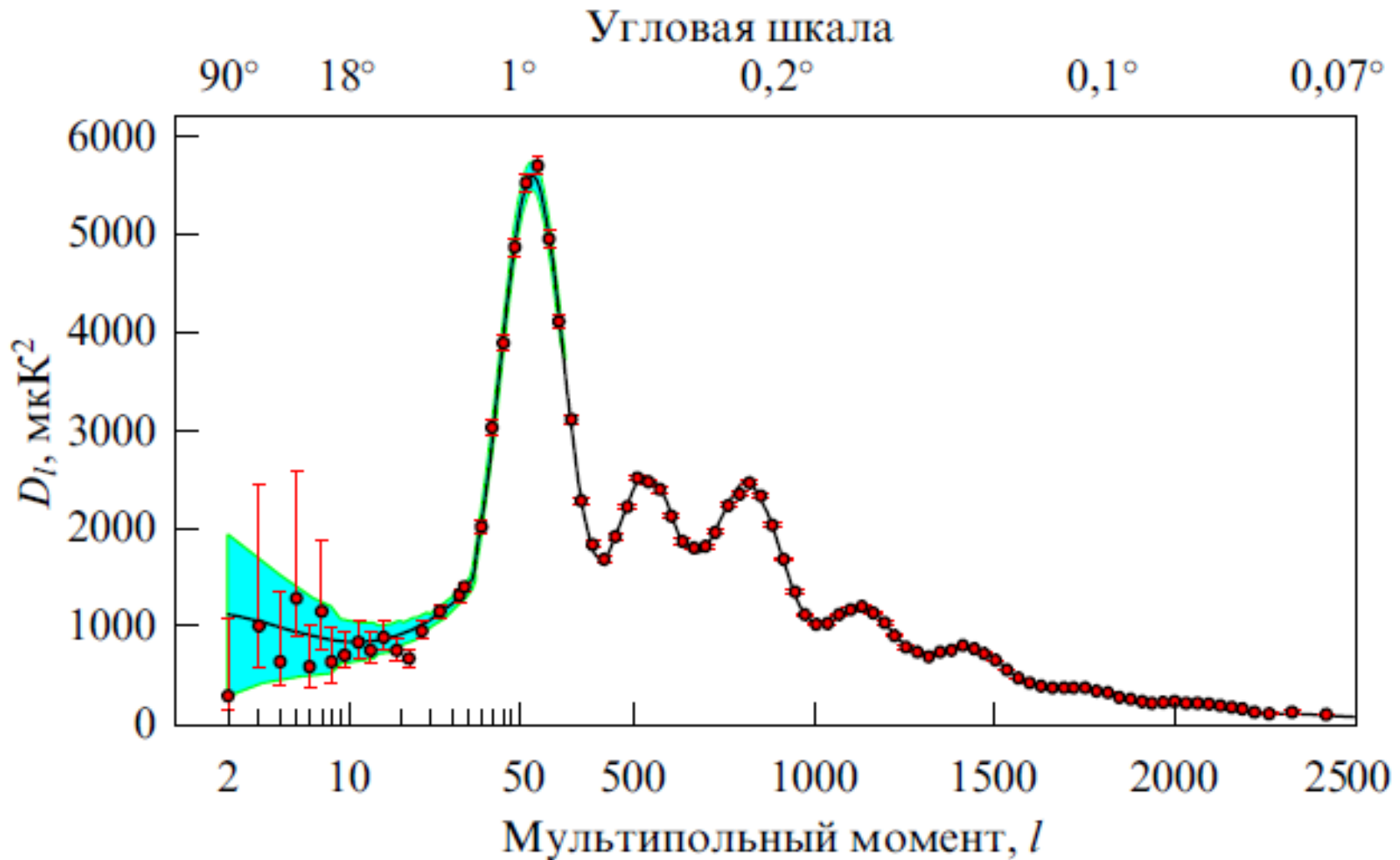
**Table 9.** Parameter 68 % confidence levels for the base  $\Lambda$ CDM cosmology computed from the *Planck* CMB power spectra, in combination with the CMB lensing likelihood (“lensing”).

**4.99%** - барионы (светящаяся материя)  
**26.50%** - DM  
**68.50%** - DE

Parameter	<i>Planck</i> TT+lowP+lensing
$\Omega_b h^2$	$0.02226 \pm 0.00023$
$\Omega_c h^2$	$0.1186 \pm 0.0020$
$100\theta_{MC}$	$1.04103 \pm 0.00046$
$\tau$	$0.066 \pm 0.016$
$\ln(10^{10} A_s)$	$3.062 \pm 0.029$
$n_s$	$0.9677 \pm 0.0060$
$H_0$	$67.8 \pm 0.9$
$\Omega_m$	$0.308 \pm 0.012$
$\Omega_m h^2$	$0.1415 \pm 0.0019$
$\Omega_m h^3$	$0.09591 \pm 0.00045$
$\sigma_8$	$0.815 \pm 0.009$
$\sigma_8 \Omega_m^{0.5}$	$0.4521 \pm 0.0088$
Age/Gyr	$13.799 \pm 0.038$
$r_{drag}$	$147.60 \pm 0.43$
$k_{eq}$	$0.01027 \pm 0.00014$



$$P_\Lambda = w\rho_\Lambda \quad w = -1.10^{+0.08}_{-0.07}$$



**Рис. 2.** Спектр флуктуаций микроволнового фона согласно измерениям космической обсерватории Planck.  $D_l = C_l l(l + 1)/(2\pi)$ .

# Planck 2015 results, 1502.01589v1

$$H = 67,9 \pm 1,5 \quad (71,0 \pm 2,5) \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}$$

**Table 3.** Parameters of the base  $\Lambda$ CDM cosmology computed from the 2015 baseline *Planck* of parameters determined from the temperature and polarization spectra at high multipole and high multipoles and is the same as column [6] of Table 1. Columns [2] and [3] multipoles, and only polarization at low multipoles. Column [4] uses the full likelihood cosmological parameters determined from the TT+lowP and TT,TE,EE+lowP likelihood

$$\Omega_b = 4,9 \% \quad (4,5 \%),$$

$$\Omega_{DM} = 26,8 \% \quad (22,7 \%),$$

$$\Omega_{DE} = 68,3 \% \quad (72,8 \%),$$

y  
it  
h  
e

Parameter	[1] <i>Planck</i> TT+lowP	[2] <i>Planck</i> TE+lowP	[3] <i>Planck</i> EE+lowP	[4] <i>Planck</i> TT,TE,EE+lowP	([1] - [4])/ $\sigma_{[1]}$
$\Omega_b h^2$ .....	$0.02222 \pm 0.00023$	$0.02228 \pm 0.00025$	$0.0240 \pm 0.0013$	$0.02225 \pm 0.00016$	-0.1
$\Omega_c h^2$ .....	$0.1197 \pm 0.0022$	$0.1187 \pm 0.0021$	$0.1150^{+0.0048}_{-0.0055}$	$0.1198 \pm 0.0015$	0.0
$100\theta_{MC}$ .....	$1.04085 \pm 0.00047$	$1.04094 \pm 0.00051$	$1.03988 \pm 0.00094$	$1.04077 \pm 0.00032$	0.2
$\tau$ .....	$0.078 \pm 0.019$	$0.053 \pm 0.019$	$0.059^{+0.022}_{-0.019}$	$0.079 \pm 0.017$	-0.1
$\ln(10^{10} A_s)$ .....	$3.089 \pm 0.036$	$3.031 \pm 0.041$	$3.066^{+0.046}_{-0.041}$	$3.094 \pm 0.034$	-0.1
$n_s$ .....	$0.9655 \pm 0.0062$	$0.965 \pm 0.012$	$0.973 \pm 0.016$	$0.9645 \pm 0.0049$	0.2
$H_0$ .....	$67.31 \pm 0.96$	$67.73 \pm 0.92$	$70.2 \pm 3.0$	$67.27 \pm 0.66$	0.0
$\Omega_m$ .....	$0.315 \pm 0.013$	$0.300 \pm 0.012$	$0.286^{+0.027}_{-0.038}$	$0.3156 \pm 0.0091$	0.0
$\sigma_8$ .....	$0.829 \pm 0.014$	$0.802 \pm 0.018$	$0.796 \pm 0.024$	$0.831 \pm 0.013$	0.0
$10^9 A_s e^{-2\tau}$ .....	$1.880 \pm 0.014$	$1.865 \pm 0.019$	$1.907 \pm 0.027$	$1.882 \pm 0.012$	-0.1

$$\Omega_{dm} = 0.265, \quad \Omega_b = \frac{\rho_b}{\rho_c} = 0.0499(22), \quad \Omega_m = \Omega_{cdm} + \Omega_b = 0.315 \pm 0.013$$

$$\Omega_v < 5 \times 10^{-3}, \text{ и } \Omega_v > 10^{-3}$$

$$\Omega_{CMB} = 4,8 \times 10^{-5}$$

$$\Omega_\Lambda = 0.685 \pm 0.016 \longrightarrow 0.692 \pm 0.012,$$

$$\Omega_r = 5.35 \cdot 10^{-5}$$

**2016**

# Космологические параметры

УФН 2016 Т.186, № 1.С. 3

**Таблица 5.** Стандартные космологические параметры, определённые в экспериментах Planck 2015, Planck 2013 и WMAP9 для базовой модели  $\Lambda$ CDM. Приведены также некоторые параметры расширенной модели\*

Базовая модель					
Параметр	Planck 2015		Planck 2013		WMAP9 2012
	TT+lowP	TT+TE+EE+ +lowP+lens+ext	TT	Planck+WP+ +highL+BAO	WMAP+eCMB+ +BAO+ $H_0$
$H_0$	$67,31 \pm 0,96$	$67,71 \pm 0,46$	$67,4 \pm 1,4$	$67,80 \pm 0,77$	$69,32 \pm 0,80$
$\Omega_\Lambda$	$0,685 \pm 0,013$	$0,6811 \pm 0,0062$	$0,686 \pm 0,020$	$0,692 \pm 0,010$	$0,7135^{+0,0095}_{-0,0096}$
$\Omega_m$	$0,315 \pm 0,013$	$0,3089 \pm 0,0062$	$0,314 \pm 0,020$	$0,308 \pm 0,010$	$0,2830 \pm 0,0097$
$z_{re}$	$9,9^{+1,8}_{-1,6}$	$8,8^{+1,2}_{-1,1}$	$11,4^{+4,9}_{-2,8}$	$11,3 \pm 1,1$	$10,1 \pm 1,0$
Возраст Вселенной	$13,813 \pm 0,038$	$13,799 \pm 0,021$	$13,813 \pm 0,058$	$13,798 \pm 0,037$	$13,772 \pm 0,059$
$n_s$	$0,9655 \pm 0,0062$	$0,9667 \pm 0,0040$	$0,9616 \pm 0,0094$	$0,9608 \pm 0,0054$	$0,9608 \pm 0,0080$
$\sigma_8$	$0,829 \pm 0,014$	$0,8159 \pm 0,0086$	$0,834 \pm 0,027$	$0,826 \pm 0,012$	$0,820^{+0,013}_{-0,014}$

$$\Omega_m = 0.3089 \pm 0.0062$$

$$\Omega_\Lambda = 0.6811 \pm 0.0062$$

# Анизотропия РИ

В.Ф. Муханов, УФН 2016 Т. 186 № 10, С. 1117

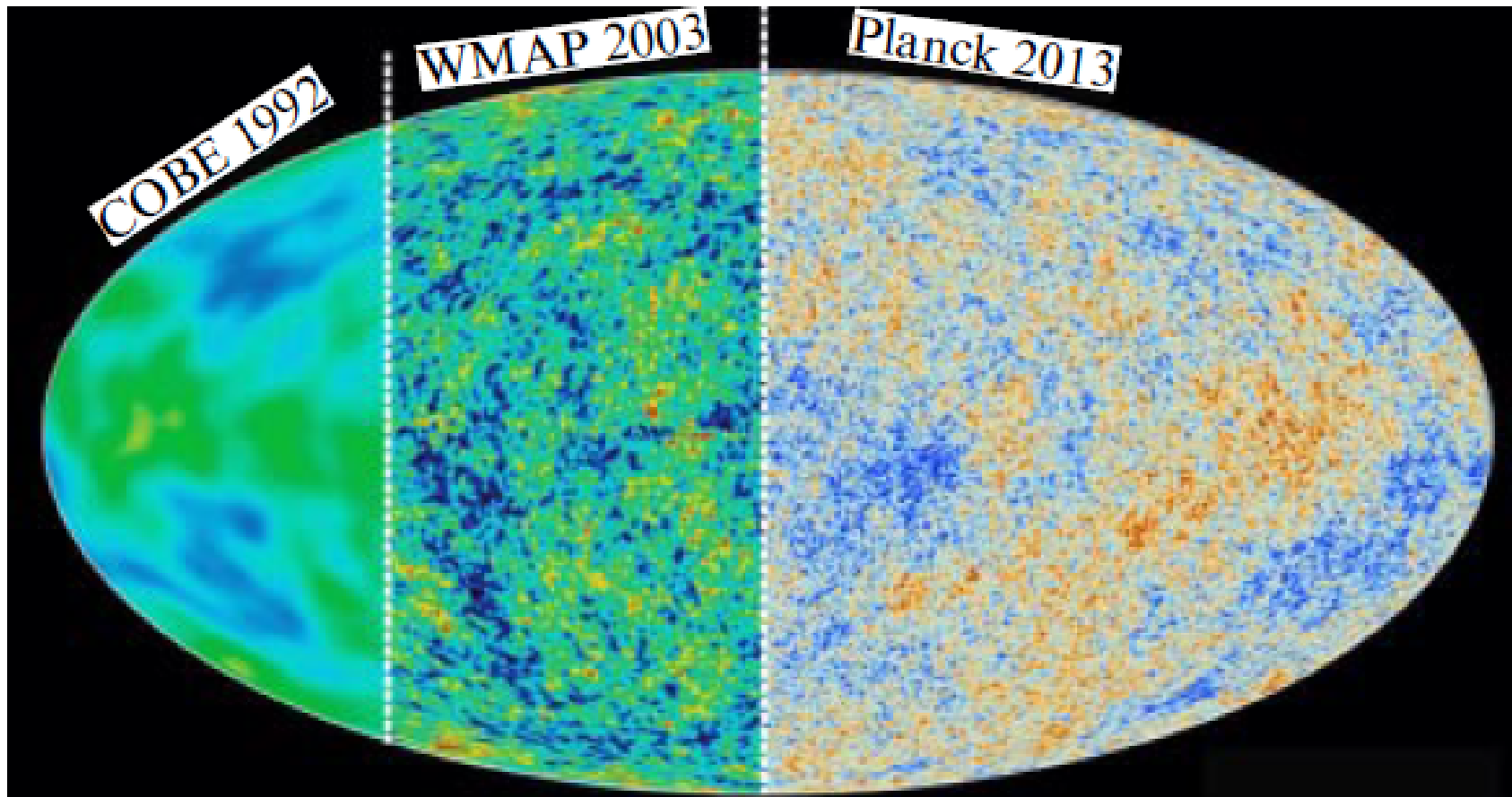


Рис. 2. COBE, WMAP и Planck последовательно выявили всё более детальную структуру ранней Вселенной.

# Эддингтоновский предел светимости

Для простоты: звезда состоит из H.  
Предельная светимость - их условия

$$P_r \leq P_g \quad P_r = \frac{1}{3} u(T)$$

**В диффуз. приближении:**

$$\vec{j} = -D \vec{\nabla} u, \quad D = \frac{cl_\gamma}{3} = \frac{c}{3n\sigma_T} = \frac{cm_p}{3\rho\sigma_T} = \frac{c}{3\rho\kappa_T}$$

$$\kappa_T = \frac{\sigma_T}{m_p} \quad \text{коэф. непрозрачности,}$$

$$\sigma_T = (8\pi/3)(e^2/m_e c^2)^2 \approx 6.5 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$$

сечение томсоновского рассеяния

$$\phi \equiv |\vec{j}| = \frac{L}{4\pi r^2}, \quad \frac{dP_r}{dr} = \frac{1}{3} \frac{du}{dr} = -\frac{1}{3} \phi \frac{3\rho\kappa_T}{c} = -\frac{\rho\kappa_T L}{4\pi r^2 c}$$

градиент давления излучения

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP_g}{dr} = -\frac{GM}{r^2}$$

условие устойчивости гравитационно-связанного объекта

из

$$dP_r = dP_g \quad \text{получим}$$

$$L_{Ed} = \frac{4\pi GMm_p c^2}{c\sigma_T} = \frac{4\pi cGM}{\kappa_T} \approx 1.38 \cdot 10^{31} \left( \frac{M}{M_S} \right) \text{ Вт}$$